LOS SIMPSON Y LAS MATEMÁTICAS

SIMON SINGH

Probablemente «Los Simpson» es el programa de televisión de más éxito de toda la historia. Su atractivo mundial y su duradera popularidad han impulsado a los académicos (que tienden a analizarlo todo en exceso) a buscar el trasfondo de la serie y hacerse algunas preguntas profundas. ¿Qué significado oculto tienen las frases de Homer sobre los donuts y la cerveza Duff? ¿Las discusiones entre Bart y Lisa simbolizan algo más, aparte de las simples peleas entre hermanos? ¿Están usando los guionistas de «Los Simpson» a los residentes de Springfield para explorar controversias políticas o sociales?



Simon Singh

Los Simpson y las matemáticas

ePub r1.0
Un_Tal_Lucas 21.07.16

Título original: *The Simpsons and their Mathematical Secrets*
Simon Singh, 2013
Traducción: Ana Herrera
Diseño de cubierta: Mauricio Restrepo

Editor digital: Un_Tal_Lucas
ePub base r1.2



Dedicado a

Anita y Hari

$\eta + \psi = \varepsilon$

CAPÍTULO 0

LA VERDAD SOBRE LOS SIMPSON



Probablemente *Los Simpson* es el programa de televisión de más éxito de toda la historia. Su atractivo mundial y su duradera popularidad han impulsado a los académicos (que tienden a analizarlo todo en exceso) a buscar el trasfondo de la serie y hacerse algunas preguntas profundas. ¿Qué significado oculto tienen las frases de Homer sobre los donuts y la cerveza Duff? ¿Las discusiones entre Bart y Lisa simbolizan algo más, aparte de las simples peleas entre hermanos? ¿Están usando los guionistas de *Los Simpson* a los residentes de Springfield para explorar controversias políticas o sociales?

Un grupo de intelectuales redactó un texto diciendo que *Los Simpson* esencialmente proporciona a sus espectadores una lección semanal de filosofía. *Los Simpson y la filosofía* asegura haber identificado claros vínculos entre diversos episodios y los temas suscitados por grandes pensadores de la historia, como Aristóteles, Sartre y Kant. Los capítulos son, entre otros: «La motivación moral de Marge», «El mundo moral de la familia Simpson: una perspectiva kantiana», y «Así habló Bart: sobre Nietzsche y las virtudes de ser malo».

Por otra parte, *Los Simpson y la filosofía* aduce que la familia más famosa de Springfield puede ayudarnos a comprender de una manera mucho más profunda la mente humana. Esa recopilación de escritos usa ejemplos de la serie para explorar asuntos como la adicción, la lobotomía y la psicología evolutiva.

Por contraste, *El evangelio según Los Simpson*, de Mark I. Pinsky, ignora la filosofía y la psicología y se centra en el significado espiritual de

Los Simpson. Esto resulta sorprendente, porque muchos personajes se muestran adversos a los principios de la religión. Los espectadores habituales se habrán dado cuenta de que Homer se resiste sistemáticamente a asistir a la iglesia cada domingo, como se demuestra en «Homer, el hereje» (1992): «¿Por qué tenemos que ir a un edificio determinado cada domingo? Quiero decir, ¿Dios no está en todas partes…? ¿Y si hemos elegido la religión equivocada? ¿Y si cada semana hacemos que Dios se cabree cada vez más y más?». Sin embargo, Pinsky alega que las aventuras de *Los Simpson* ilustran frecuentemente la importancia de muchos de los valores cristianos más preciados. Muchos vicarios y sacerdotes están de acuerdo con él, y algunos han basado sus sermones en los dilemas morales a los que se enfrenta la familia Simpson.

Hasta el presidente George H. W. Bush aseguraba haber sido capaz de dilucidar el mensaje auténtico que se oculta detrás de *Los Simpson*. Creía que la serie estaba destinada a mostrar los peores valores sociales imaginables. Y eso motivó la frase más memorable de su discurso ante la Convención Nacional Republicana de 1992, que fue una parte importante de su campaña de reelección: «Vamos a seguir intentando fortalecer a la familia americana para hacer a las familias americanas mucho más parecidas a los Walton y mucho menos a *Los Simpson*».

Los guionistas de *Los Simpson* respondieron pocos días después. El siguiente episodio que se emitió fue una reposición de «Papá, loco de atar» (1991), pero la introducción se había editado incluyendo una escena adicional en la cual la familia veía al presidente Bush pronunciando su discurso sobre los Walton y *Los Simpson*. Homer estaba demasiado asombrado para hablar, pero Bart replicaba al presidente: «Eh, nosotros somos como los Walton. También rezamos para que acabe la Depresión».

Sin embargo, todos esos filósofos, psicólogos, teólogos y políticos se han perdido el trasfondo más importante de la serie de televisión favorita del mundo entero. La verdad es que muchos de los guionistas de *Los Simpson* están profundamente enamorados de los números, y su deseo fundamental es inyectar fragmentos de matemáticas en el subconsciente de los espectadores. En otras palabras: durante más de dos décadas, nos han engatusado para que viésemos una introducción animada a un montón de

cosas, desde cálculo a geometría, desde π a teoría del juego, y desde lo infinitesimal al infinito.

«Homer^3», el tercer fragmento del episodio en tres partes «La casa-árbol del terror VI» (1995) nos demuestra el nivel de las matemáticas que aparecen en *Los Simpson*. Solo en una secuencia hay un tributo a la ecuación más elegante de toda la historia, una broma que solo funciona si has oído hablar del último teorema de Fermat, y una referencia a un problema matemático de un millón de dólares. Todo ello incrustado en una narración que explora las complejidades de la geometría con más dimensiones.

«Homer^3» lo escribió David S. Cohen, licenciado en física y máster en informática. Es un expediente impresionante, sobre todo para alguien que trabaja en la industria de la televisión, pero muchos de los colegas de Cohen en el equipo de guionistas de *Los Simpson* tienen unos antecedentes igualmente notables en asuntos matemáticos. De hecho, algunos tienen licenciaturas y han ocupado cargos de investigación de alto nivel en la academia y la industria. Ya volveremos a encontrarnos con Cohen y sus colegas a lo largo del libro. Mientras tanto, aquí tienen una lista de títulos académicos de cinco de los guionistas más *nerd*:

J. STEWART BURNS:
: licenciado en matemáticas, Harvard (1992) máster en matemáticas, Berkeley (1993)

DAVID S. COHEN:
: licenciado en física, Universidad de Harvard (1988) máster en informática, Universidad de Berkeley (1992)

AL JEAN:
: licenciado en matemáticas, Universidad de Harvard (1981)

J. STEWART BURNS:
: licenciado en matemáticas, Harvard (1992) máster en matemáticas, Berkeley (1993)

DAVID S. COHEN:

licenciado en física, Universidad de Harvard (1988) máster en informática, Universidad de Berkeley (1992)

KEN KEELER:

licenciado en matemáticas aplicadas, Universidad de Harvard (1983) doctor en matemáticas aplicadas, Universidad de Harvard (1990)

JEFF WESTBROOK:

licenciado en física, Universidad de Harvard (1983) doctor en informática, Universidad de Princeton (1989)

En 1999, algunos de estos guionistas ayudaron a crear una serie hermana titulada *Futurama*, que transcurre dentro de mil años, en el futuro. Lógicamente, esa ambientación de ciencia ficción les permitía explorar temas matemáticos con una profundidad todavía mayor, de modo que los últimos capítulos de este libro están dedicados a las matemáticas de *Futurama*. Se incluye el primer trabajo matemático innovador y hecho a medida que se ha creado única y exclusivamente con el objetivo de incorporarlo al guión de una comedia.

Antes de llegar a esas alturas vertiginosas, me propongo demostrar que *nerds* y *geeks*[1] allanaron el terreno para que *Futurama* se convirtiera en el perfecto vehículo televisivo para las matemáticas de la cultura pop, con menciones a teoremas, conjeturas y ecuaciones repartidas en todos los episodios. Sin embargo, no documentaré todas y cada una de las piezas exhibidas en el Museo Simpsoniano de las Matemáticas, ya que eso significaría incluir más de cien ejemplos concretos. Por el contrario, me centraré en un puñado de ideas en cada capítulo, que oscilarán desde algunos de los avances más importantes de la historia a algunos de los problemas más espinosos y pendientes de resolución de hoy en día. En cada caso verán cómo han usado los guionistas a los personajes para explorar el universo de los números.

Homer nos introducirá en el teorema del espantapájaros, llevando las gafas de Henry Kissinger; Lisa nos enseñará que un análisis estadístico puede ayudar a conducir a la victoria a un equipo de béisbol; el profesor

Frink explicará las increíbles implicaciones de su frinkaedro, y el resto de los residentes de Springfield lo cubrirán todo, desde los números primos de Mersenne al gúgolplex.

Bienvenidos a *Los Simpson y las matemáticas*.

Si el interés se multiplica… lean para despejar la incógnita.

CAPÍTULO 1

BART, EL GENIO



En 1985, el dibujante de culto Matt Groening estaba invitado a una reunión con James L. Brooks, legendario director, productor y guionista responsable de programas clásicos de televisión como *El show de Mary Tyler Moore*, *Lou Grant* y *Taxi*. Un par de años antes, Brooks también había ganado un Oscar de la Academia como productor, director y guionista de *La fuerza del cariño*.

Brooks quería hablar con Groening para que colaborase en *El show de Tracey Ullman*, que acabaría convirtiéndose en uno de los mayores éxitos de la recién fundada cadena Fox. El programa consistía en una serie de *sketches* cómicos protagonizados por la artista británica Tracey Ullman, y los productores querían unos cortos de animación para que actuasen como puente entre los *sketches*. Su primera elección para esos «extras» fue una versión animada de *La vida en el infierno* de Groening, una tira cómica en la que aparecía un conejo deprimido llamado Binky.

Mientras estaba sentado en la sala de espera, antes de reunirse con Brooks, Groening pensaba en la oferta que acababa de recibir. Aquella podía ser su gran oportunidad, pero el instinto le decía que debía declinar la oferta, porque *La vida en el infierno* había lanzado su carrera y le había ayudado a pasar tiempos difíciles. Vender Binky a la cadena Fox le parecía traicionar los dibujos del conejo. Por otra parte, ¿cómo desdeñar una oportunidad tan espléndida? En aquel momento, ante la puerta del despacho de Brooks, Groening se dio cuenta de que la única forma de resolver el dilema era ofrecer otros personajes, en lugar de Binky. Cuenta la leyenda que se inventó todo el concepto de *Los Simpson* en cuestión de minutos.

A Brooks le gustó la idea, de modo que Groening creó docenas de cortos animados que tenían como protagonistas a los miembros de la familia Simpson. Estos se emitieron durante las tres temporadas de *El show de Tracey Ullman*. Cada animación duraba solo un minuto o dos. Esas breves apariciones podrían haber significado el principio y fin de *Los Simpson*, pero el equipo de producción empezó a notar algo curioso.

Ullman a menudo usaba un maquillaje y unas prótesis extraordinarias para crear sus personajes. Eso resultaba problemático, porque su actuación se filmaba ante el público en vivo. Para mantener entretenido al público mientras Ullman se preparaba, alguien sugirió colocar juntas y pasar algunas de las animaciones en las que aparecían *Los Simpson*. Esas animaciones ya habían sido emitidas, así que no era más que un reciclaje oportunista de material antiguo. Para la sorpresa de todo el mundo, a la gente le gustaban tanto las secuencias de animación como los *sketches* en vivo.

Groening y Brooks empezaron a preguntarse si las payasadas de Homer, Marge y su progenie no podrían sostener una animación larga, y pronto formaron un equipo con el guionista Sam Simon para trabajar en un especial de Navidad. Su corazonada resultó acertada. «Sin blanca Navidad» se emitió el 17 de diciembre de 1989 y fue un éxito impresionante, tanto en términos de cifras de audiencia como entre los críticos.

A ese especial siguió un mes más tarde «Bart, el genio». Ese fue el primer episodio genuino de *Los Simpson*, donde se estrenó la famosa y característica secuencia de inicio y donde debutó la famosa frase de Bart «Multiplícate por cero». Y lo más curioso de todo es que «Bart, el genio» contiene una gran dosis de matemáticas. En muchos aspectos, este episodio establece el tono de lo que seguiría a lo largo de las dos décadas siguientes, es decir, una interminable serie de referencias numéricas y guiños a la geometría que conseguirían a *Los Simpson* un lugar especial en el corazón de los matemáticos.



Viéndolo en retrospectiva, el trasfondo matemático de *Los Simpson* era obvio desde el principio. En la primera escena de «Bart, el genio», los espectadores ven brevemente la ecuación matemática más famosa de la historia de la ciencia.

El episodio empieza con una escena en la que Maggie está construyendo una torre con sus cubos alfabéticos. Después de colocar un sexto cubo en la parte superior, mira la pila de letras. La niña condenada a tener un año eternamente se rasca la cabeza, succiona su chupete y admira su creación: EMCSQU. Como no se puede representar el signo igual y careciendo de bloques numerados, fue lo más cerca que Maggie pudo llegar a representar la famosa ecuación científica de Einstein $E = mc^2$. (Squ = *squared*, al cuadrado).

Algunos dirán que las matemáticas que se aprovechan para mayor gloria de la ciencia son de alguna manera matemáticas de segunda clase, pero para esos puristas existen otras golosinas reservadas a medida que se desarrolla la trama de «Bart, el genio».

Mientras Maggie construye $E = mc^2$ con sus cubos, vemos también a Homer, Marge y Lisa, que están jugando al Scrabble con Bart. Este, triunfante, coloca las letras *KWYJIBO* en el tablero. Esa palabra, *kwyjibo*, no se encuentra en ningún diccionario, así que Homer se enfrenta a Bart, que se venga definiendo *kwyjibo* como un «simio norteamericano enorme y tonto que se está quedando calvo, sin barbilla…».

Durante ese conflictivo juego de Scrabble, Lisa recuerda a Bart que al día siguiente tiene un examen en el colegio. Así que después del fracaso del *kwyjibo*, la historia se traslada a la Escuela Primaria de Springfield y el test de Bart. La primera pregunta a la que se enfrenta es un problema de matemáticas clásico (y, francamente, bastante tedioso). Consiste en que dos trenes salen de Santa Fe y Phoenix, viajando cada uno de ellos a distinta velocidad, y con un número distinto de pasajeros, que parecen ir subiendo y bajando en grupos extraños y confusos. Bart está frustrado y decide hacer trampa robando la respuesta que pertenece a Martin Prince, el repipi de la clase.

El plan de Bart no solo funciona, sino que funciona tan bien que lo llevan al despacho del director Skinner para que se reúna con el doctor

Pryor, el psicólogo del colegio. Gracias a sus tejemanejes, Bart tiene una puntuación que indica un cociente intelectual de 216, y el doctor Pryor se pregunta si habrá encontrado a un niño prodigio. Sus sospechas se confirman cuando le pregunta a Bart si encuentra las lecciones aburridas y frustrantes. Bart da la respuesta esperada, pero por los motivos equivocados.

El doctor Pryor convence a Homer y Marge de que apunten a Bart en el Centro de Aprendizaje Especial para Niños Superdotados, cosa que inevitablemente se convierte en una experiencia de pesadilla. Durante la primera pausa para almorzar, los compañeros de clase de Bart hacen alarde de su intelecto ofreciéndole toda clase de tratos formulados en términos matemáticos y científicos. Un alumno le hace la siguiente oferta: «Te diré qué vamos a hacer, Bart: te cambio el peso de una bola de bolera en la octava luna de Júpiter de mi comida por el peso de una pluma en la segunda luna de Neptuno de la tuya».

Antes de que Bart pueda descifrar las implicaciones de las lunas neptunianas y bolas jupiterianas, otro alumno hace una nueva oferta igual de confusa: «Te cambio ocho milímetros cúbicos de mi leche por cuatro pintas de la tuya». Es otro rompecabezas sin sentido, destinado únicamente a denigrar al novato.

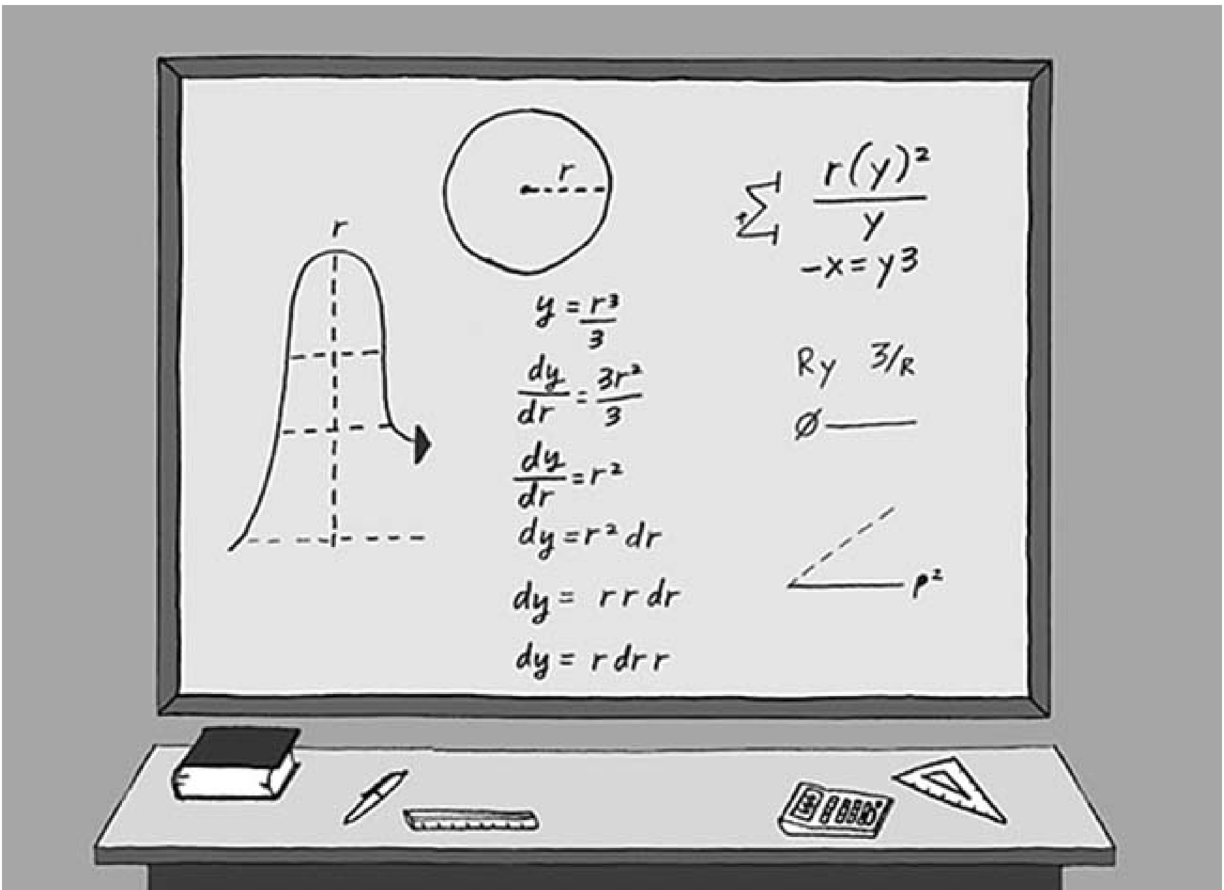
Al día siguiente, el estado de ánimo de Bart se deteriora más aún cuando se da cuenta de que la primera lección es de matemáticas. La profesora pone un problema a los alumnos, y en este momento encontramos el primer ejemplo de una broma matemática descarada en *Los Simpson*. La profesora escribe una ecuación en la pizarra y dice: «*y* es igual a *r* al cubo partido por 3, y si determináis correctamente la tasa de incremento en esta curva, creo que quedaréis agradablemente sorprendidos».

Hay una breve pausa antes de que todos los alumnos (excepto uno) averigüen la respuesta y se echen a reír. La profesora intenta ayudar a Bart entre las carcajadas de sus compañeros de clase apuntando un par de pistas en la pizarra. Al final escribe la solución al problema. Bart todavía está perplejo, así que la profesora se vuelve hacia él y dice: «¿No lo entiendes, Bart? La derivada *dy* es igual a tres *r* al cuadrado *dr* sobre tres, o *r* al cuadrado *dr*, o *r dr r*».

La explicación de la profesora se muestra en el dibujo de la página siguiente. Sin embargo, incluso con esta ayuda visual, sospecho que quizá ustedes se sientan tan perplejos como Bart, en cuyo caso, podría ayudarles concentrarse en la última línea de la pizarra. Esa línea (*r dr r*) no solo es la solución del problema, sino también la supuesta gracia del chiste. Tenemos dos cuestiones: ¿por qué es tan divertido *r dr r*, y por qué es la respuesta al problema de matemáticas?

La clase se ríe porque *r dr r* suena en inglés como *har-de-har-har*, una expresión que se ha usado para indicar una risa sarcástica como reacción a un chiste malo. La frase *har-de-har-har* fue popularizada por Jackie Gleason, que interpretaba a Ralph Kramden en la comedia clásica de televisión de los años cincuenta *The Honeymooners*. Luego en los sesenta la frase se hizo más popular aún cuando los estudios de animación Hanna-Barbera crearon un personaje llamado Hardy Har Har (en España, Tristón). Esa hiena pesimista con sombrero de copa baja apareció junto a Lippy the Lion (Leoncio el León) en muchas películas de dibujos.

De modo que el final del chiste incluye una broma basada en *r dr r*, pero ¿por qué es esa la respuesta al problema matemático? La profesora ha puesto un problema que se relaciona con una rama de las matemáticas especialmente difícil conocida como cálculo. Es un tema que despierta el terror en los corazones de muchos adolescentes, y provoca recuerdos de pesadilla en algunas personas mayores. Como explica la profesora cuando expone el problema, el objetivo del cálculo es «determinar la tasa de variación» de una incógnita, en este caso *y*, con respecto a otra incógnita, *r*.



Cuando la profesora pone un problema de cálculo en «Bart, el genio», usa un diagrama poco convencional que no ayuda nada y una notación incoherente, y también comete un error. Sin embargo, la respuesta sigue siendo correcta. Este boceto reproduce el contenido de la pizarra de la profesora, pero el problema de cálculo se ha expresado con más claridad. Las ecuaciones son las seis líneas por debajo del círculo.

Si tienen ustedes algún recuerdo de las normas del cálculo[2], entonces serán capaces de seguir la lógica de la broma con bastante facilidad, y llegar a la respuesta correcta de *r dr r*. Si son una de esas personas a quienes aterroriza el cálculo, o que tiene recuerdos horribles, no se preocupen, porque ahora no es el momento de embarcarse en una prolija lección de los fundamentos del cálculo matemático. Por el contrario, el tema más acuciante es: ¿por qué los guionistas de *Los Simpson* incluyeron unas matemáticas tan complicadas en su comedia?

El equipo que se encontraba detrás de la primera temporada de *Los Simpson* lo formaban ocho de los mejores y más inteligentes guionistas de comedia de Los Ángeles. Estaban decididos a crear unos guiones que

incluyesen referencias a conceptos sofisticados de todas las áreas del conocimiento humano, y el cálculo estaba en un lugar especialmente importante de la agenda, porque dos de los guionistas eran devotos de las matemáticas. Esos dos *nerds* fueron los responsables de la broma de *r dr r* en concreto y merecen llevarse todo el mérito por hacer de *Los Simpson* un vehículo de sus bromas matemáticas.

El primer *nerd* era Mike Reiss, a quien conocí cuando pasé unos días con los guionistas de *Los Simpson*. Igual que Maggie, mostró ya sus talentos matemáticos mientras jugaba con cubos de construcción, de bebé. Recuerda claramente un momento en que observó que los cubos obedecían a una ley binaria, ya que dos de los cubos más pequeños eran del mismo tamaño que un cubo mediano, mientras dos de los cubos medianos eran del mismo tamaño que uno grande, y dos de los más grandes equivalían a uno muy grande.

En cuanto supo leer, el interés matemático de Reiss fue madurando y le condujo al amor por los pasatiempos. En particular se sentía cautivado por los libros de Martin Gardner, el matemático recreativo más grande del siglo. La idea juguetona que tenía Gardner de las matemáticas atraía tanto a jóvenes como a mayores, o como expresó una vez uno de sus amigos: «Martin Gardner convirtió a miles de niños en matemáticos, y a miles de matemáticos en niños».

Reiss empezó con *El ahorcamiento inesperado y otros entretenimientos matemáticos*, y luego se gastó todo el dinero de su paga en otros libros de pasatiempos de Gardner. A la edad de ocho años escribió a Gardner explicándole que era seguidor suyo, y haciendo una observación muy aguda sobre los cuadrados palindrómicos: que tendían a tener un número de dígitos impar. Los cuadrados palindrómicos son sencillamente cuadrados que son iguales ya se lean desde un lado o desde el otro, como el 121 (11^2), o 5 221 225 (2285^2). Aquel niño de ocho años tenía toda la razón, porque hay treinta y cinco números de este tipo en menos de cien mil millones, y solo uno de ellos, el 698 896 (836^2) tiene un número de dígitos par.

Reiss admitió ante mí de mala gana que aquella carta a Gardner contenía también una pregunta. Le preguntaba si había una cantidad finita o infinita de números primos. Ahora recuerda aquella pregunta con cierta

vergüenza: «todavía veo aquella carta perfectamente, y era una pregunta estúpida e ingenua».

La mayoría de la gente consideraría que Reiss era excesivamente duro con su yo de ocho años, porque la verdad es que la respuesta no es obvia, en absoluto. Todo se basa en el hecho de que cada número entero tiene *divisores*, que son esos números que lo dividen sin que quede ningún resto. Un número primo es especial porque no tiene otro divisor que 1 y él mismo (los llamados divisores triviales). Por ejemplo, 13 es un número primo porque no tiene ningún divisor no trivial, pero 14 no, porque se puede dividir por 2 y por 7. Todos los números son o bien primos (p. ej., 101) o bien se puede ir dividiendo por números primos hasta que se expresa como un producto de números primos (p. ej., 102 = 2 × 3 × 17). Entre 0 y 100 hay 25 números primos, pero entre 100 y 200 solo hay 21, y entre 200 y 300 solo 16 primos, de modo que parece que cada vez son más escasos. Sin embargo, ¿nos quedaríamos al final sin números primos, o la lista de primos es interminable?

Gardner remitió encantado a Reiss a la prueba que hizo el antiguo erudito Euclides[3]. Euclides, que trabajó en Alejandría en torno al 300 a. C., fue el primer matemático que probó que existía una infinidad de números primos.

Obstinado, consiguió ese resultado suponiendo exactamente lo contrario y empleando una técnica conocida como «reducción al absurdo». Si queremos seguir a Euclides para resolver este problema, podemos empezar con la siguiente y atrevida afirmación:

Supongamos que el número de primos es finito, y que todos esos números primos se han recopilado en una lista:

$$p_1, p_2, p_3, \dots, p_n.$$

Podemos explorar las consecuencias de esa afirmación multiplicando todos los primos de la lista y añadiendo 1, con lo cual crearemos un nuevo número: $N = p_1 \times p_2 \times p_3 \times \dots \times p_n + 1$. Este nuevo número N es o bien un

número primo o un número no primo, pero en cualquier caso, contradice la afirmación de Euclides:

a) Si *N* es un número primo, entonces no está en la lista original. Por tanto, la afirmación de que hay una lista completa es falsa, eso está claro.
b) Si *N* no es un número primo, entonces debe tener divisores. Esos divisores tienen que ser primos, porque los primos de la lista original dejarán un resto de 1 cuando se dividan por *N*. Por tanto, de nuevo la afirmación de que hay una lista completa es falsa.

En resumen, la afirmación de Euclides es falsa… su lista finita no contiene todos los números primos. Además, cualquier intento de reparar esa afirmación añadiendo más números primos a la lista está condenado al fracaso, porque todo el argumento se puede repetir, demostrando que la lista con números primos añadidos sigue sin estar completa. Este argumento prueba que cualquier lista de números primos estará siempre incompleta, y significa que debe de haber un número infinito de primos.

A medida que pasaron los años, Reiss se fue convirtiendo en un joven matemático muy completo, y consiguió una plaza en el equipo de matemáticas escolar del estado de Connecticut. Al mismo tiempo desarrolló su afición por la escritura de guiones de comedia, e incluso obtuvo algo de reconocimiento por su talento. Por ejemplo, cuando su dentista le dijo que había enviado participaciones ingeniosas al concurso de humor semanal de la revista *New York* pero nunca había tenido éxito, el joven Michael replicó que él también había participado y que sí le habían recompensado por sus contribuciones. «Gané muchas cosas cuando era un crío», decía Reiss. «No me daba cuenta de que estaba compitiendo con guionistas profesionales de comedia. Averigüé más tarde que los guionistas de *Tonight Show* también participaban en el concurso y allí estaba yo, con diez años, y ganaba también».

A Reiss le ofrecieron un puesto en la Universidad de Harvard, y tuvo que decidir entre especializarse en matemáticas o en lengua. Al final, su deseo de ser escritor eclipsó su pasión por los números. Sin embargo, su

mente matemática siempre permaneció activa, y nunca olvidó su primer amor.



1. Mike Reiss (segundo en la fila de atrás) en el equipo de matemáticas del Instituto Bristol Eastern High en 1975. Además del señor Kozikowski, que lideraba el equipo y que aparece también en la fotografía, Reiss tuvo otros mentores matemáticos. Por ejemplo, el profesor de geometría de Reiss era el señor Bergstromm. En un episodio titulado «El sustituto de Lisa» (1991), Reiss mostró su gratitud poniendo al motivador profesor sustituto de Lisa el nombre de señor Bergstromm.

El otro matemático brillante que ayudó a crear *Los Simpson* pasó por una serie de experiencias infantiles similares. Al Jean nació en Detroit en 1961, un año después de Mike Reiss. Compartía el amor de Reiss por los pasatiempos de Martin Gardner, y también era «atleta» de las matemáticas. En 1977, en un concurso de matemáticas en Míchigan, consiguió el tercer puesto entre veinte mil estudiantes de todo el estado. Incluso asistió a campamentos extraescolares de verano en la Universidad Tecnológica Lawrence y en la Universidad de Chicago. Esos campamentos se habían establecido durante la guerra fría, intentando crear matemáticos que pudieran rivalizar con los que surgían de la red soviética de programas de

entrenamiento de matemáticos de élite. Como resultado de ese intenso entrenamiento, Jean fue aceptado para estudiar matemáticas en Harvard cuando tenía solo dieciséis años.

Una vez en Harvard, Jean se empezó a sentir dividido entre sus estudios matemáticos y un interés nuevo y recién descubierto por los guiones de comedia. Al final le aceptaron como miembro del *Harvard Lampoon*, la revista de humor que más tiempo lleva saliendo del mundo, y a partir de entonces pasó cada vez menos tiempo pensando en problemas matemáticos y más tiempo pensando en chistes.

Reiss escribía también en el *Harvard Lampoon*, que se había hecho famoso en toda América tras publicar en 1969 *El sopor de los anillos*, una parodia del clásico de Tolkien. En 1970 siguió una obra de teatro llamada *Lemmings*, y luego un programa de radio titulado *The National Lampoon Radio Hour*. Reiss y Jean se hicieron amigos y socios guionistas en el *Harvard Lampoon*, y fue su experiencia universitaria la que les dio la confianza para empezar a buscar trabajo como guionistas de comedia de televisión, cuando al final se graduaron.

El gran cambio sobrevino cuando los contrataron como guionistas de *The Tonight Show*, donde su condición innata de *nerds* era muy apreciada. Además de ser astrónomo aficionado, el presentador Johnny Carson se dedicaba a ratos a desenmascarar la pseudociencia, y de vez en cuando donaba cien mil dólares a la fundación educativa James Randi, una organización dedicada al pensamiento racional. De forma similar, cuando Reiss y Jean dejaron *The Tonight Show* y se unieron al equipo de guionistas de *It's Garry Shandling's Show*, descubrieron que el propio Shandling se había especializado en ingeniería eléctrica en la Universidad de Arizona antes de abandonar esa carrera y dedicarse a la comedia.

Luego, cuando Reiss y Jean se unieron al equipo de guionistas para la primera temporada de *Los Simpson*, sintieron que era la oportunidad ideal para expresar su amor por las matemáticas. *Los Simpson* no solo era un programa nuevo, sino también un formato nuevo por completo, es decir, una comedia de situación destinada al período de máxima audiencia, de dibujos animados y para todos los públicos. Las normas habituales no se aplicaban al programa, y eso explica quizá por qué se permitió a Reiss y

Jean (e incluso se les estimuló) a aplicar su carácter *nerd* a los episodios siempre que fuera posible.



2. Una foto del equipo matemático del anuario de 1977 de la Escuela Roeper. En la foto se identifica a Al Jean como el tercer estudiante en la fila de atrás, y en el pie de foto se menciona que consiguió el oro y el tercer puesto en la competición estatal de Michigan. El profesor más influyente de Jean fue el difunto profesor Arnold Ross, que llevaba el programa de verano de la Universidad de Chicago.

En la primera y segunda temporada de *Los Simpson*, Reiss y Jean eran miembros clave del equipo de guionistas, y eso les permitió incluir diversas referencias matemáticas significativas. Sin embargo, el corazón matemático de *Los Simpson* latió con mucha más fuerza a partir de la tercera temporada y subsiguientes, porque los dos graduados del *Harvard Lampoon* fueron ascendidos al papel de productores ejecutivos.

Este fue un punto de inflexión crucial en la historia matemática de *Los Simpson*. A partir de ese momento, Jean y Reiss no solo siguieron

introduciendo sus particulares bromas matemáticas en los episodios, sino que también pudieron empezar a reclutar a otros guionistas de comedia con fuertes credenciales matemáticas. A lo largo de los años venideros, las sesiones de edición de guión de *Los Simpson* adquirirían una atmósfera que recordaba mucho a una tutoría de geometría o a un seminario sobre teoría de números, y los programas resultantes contendrían más referencias matemáticas que cualquier otra serie de la historia de la televisión.

CAPÍTULO 2

¿ERES π-CURIOSO?



A veces las referencias matemáticas incluidas en *Los Simpson* son enormemente oscuras, y en el siguiente capítulo veremos algunas de ellas. En otras ocasiones, las bromas introducidas por Reiss, Jean y sus colegas incorporan conceptos matemáticos que serán familiares a muchos espectadores. Un ejemplo clásico es el número π, que ha hecho varias apariciones estelares en la serie a lo largo de las últimas dos décadas.

Por si se han olvidado, el número π es simplemente la proporción de la longitud de la circunferencia con respecto a su diámetro. Cualquiera puede obtener una idea aproximada de valor de π trazando una circunferencia, y luego cortando un trozo de cuerda de modo que sea tan largo como el diámetro de esa circunferencia. Para recorrer toda la circunferencia, esa cuerda deberá aplicarse un poco más de tres veces, 3,14 veces, para ser más precisos. Ese es el valor aproximado de π. La relación entre π y la circunferencia y el diámetro de una circunferencia se resume en la siguiente ecuación:

$$\text{longitud de la circunferencia} = \pi \times \text{diámetro}$$
$$L = \pi d$$

Como el diámetro de una circunferencia es el doble de la longitud del radio, la ecuación se puede expresar también de la siguiente manera:

$$\text{longitud de la circunferencia} = 2 \times \pi \times \text{radio}$$
$$L = 2\pi r$$

Este quizá es el primer paso que damos de niños de la aritmética sencilla a ideas algo más complejas. Todavía recuerdo mi propio encuentro con π, porque me dejó pasmado. Las matemáticas ya no eran simplemente multiplicaciones y fracciones vulgares, sino que eran algo esotérico, elegante y universal; todas las circunferencias del mundo obedecían a la relación con π, desde las norias hasta los frisby, desde los chapatis hasta el ecuador de la tierra.

Y así como para hallar la longitud de la circunferencia, π se puede usar también para calcular el área dentro de la circunferencia, el área del círculo:

$$\text{Área} = \pi \times \text{radio}^2$$
$$A = \pi r^2$$

Hay una broma que se refiere a esta ecuación en particular en el episodio «Simpson simplón» (2004). En ese episodio, Homer se disfraza de un superhéroe llamado Simon «el Simplón», el simpático pastelero man del barrio, y castiga a los malvados arrojándoles pasteles a la cara. El primer acto de superheroísmo del Pastelman es vengarse de alguien que acosa a Lisa. Esto lo presencia un personaje llamado Drederick Tatum, el famoso ex boxeador de Springfield, que proclama: «Todos conocemos πr^2» (que se pronuncia igual que «pie are square», «los pasteles son cuadrados»), pero hoy «pie are justice» (los pasteles son la justicia). Les doy la bienvenida».

Aunque Al Jean introdujo esta broma en el guión, se muestra reacio a llevarse el mérito (o quizá la culpa): «Ah, es un chiste muy viejo. Es una broma que oí hace muchos años. El que debería llevarse todo el mérito es alguien de 1820».

Jean exagera cuando habla de 1820, pero las palabras de Tatum en realidad ofrecen un giro nuevo para una broma tradicional que ha ido pasando de generación en generación de matemáticos. La versión más famosa de la broma apareció en la serie cómica americana *The George Burns and Gracie Allen Show*. Durante un episodio llamado «Chica adolescente pasa el fin de semana», Gracie va a ayudar a la joven Emily, que se queja de que tiene muchos deberes.

EMILY:

Ojalá la geometría fuera tan fácil como el español.

GRACIE:

A lo mejor te puedo ayudar. Dime algo en geometría.

EMILY:

¿Que te diga algo en geometría?

GRACIE:

Sí, adelante.

GRACIE:

Bueno… ejem… πr^2.

GRACIE:

¿Eso es lo que os enseñan en el colegio hoy en día? ¿πr^2? (recordemos que se pronuncia como «pie are square», los pasteles son cuadrados).

EMILY:

Sí.

GRACIE:

Emily, los pasteles son redondos, las galletas son redondas, solo las galletas saladas son cuadradas.

Estos chistes se basan en el hecho de que «pie» (pastel) y «π» son homófonas en inglés, cosa que se presta a las bromas. Y aquí los cómicos tienen una gran deuda con William Jones, responsable de popularizar el símbolo π. Ese matemático del siglo XVIII, junto con muchos otros, se ganaba la vida dando clases en las cafeterías de Londres a cambio de un penique. Mientras estaba practicando su oficio en una de esas llamadas universidades del Penique, Jones también trabajaba en un tratado de gran importancia llamado *Nueva introducción a las matemáticas*, y ese fue el primer libro que empleó la letra griega π hablando de la geometría de las circunferencias. Así fue como nació el potencial para nuevas bromas

matemáticas. Jones eligió la π porque era la letra inicial de la palabra griega περιφέρεια (*periphereia*), que significa circunferencia.



Tres años antes de la aparición del gag de la letra π en «Simpson simplón», los guionistas de *Los Simpson* habían incluido otra referencia a π en el episodio «Hasta lueguito, cerebrito» (2001). En esta ocasión, en lugar de resucitar un chiste antiguo, los guionistas crearon una nueva broma genuina, basada en un curioso incidente de la historia de π. Para apreciar esta broma es necesario que recordemos el valor de π y cómo se ha ido midiendo a lo largo de los siglos.

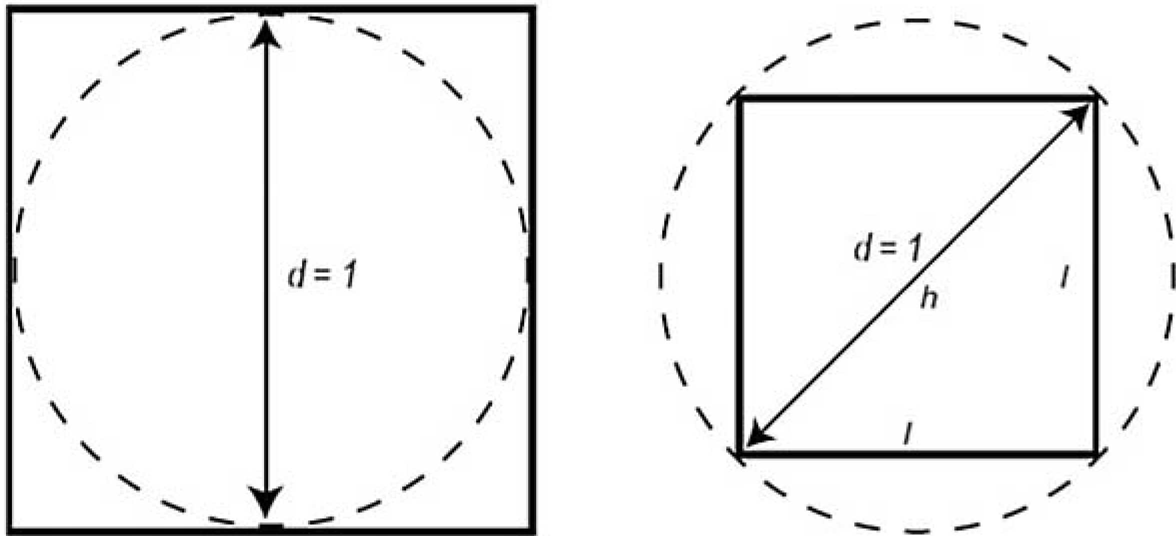
Quedó claro muy pronto que π = 3,14 es solo una aproximación. Y esto se debe a que π es lo que se conoce como un *número irracional*, es decir, resulta imposible especificar su valor con total perfección porque sus decimales continúan hasta el infinito sin seguir patrón alguno. Sin embargo, el desafío para los primeros matemáticos era ir más allá de la burda estimación de 3,14, y fijar ese número elusivo midiéndolo con la mayor aproximación posible.

El primer intento serio de hacer una medición más precisa de π lo hizo Arquímedes en el siglo III a. C. Se dio cuenta de que para medir π con precisión, primero había que medir también de una manera precisa la longitud de una circunferencia. Y esto resulta difícil, porque las circunferencias están formados por líneas curvas, y no rectas. El gran avance de Arquímedes fue resolver el problema de la medición de curvas aproximándose a la forma de una circunferencia mediante líneas rectas.

Consideremos una circunferencia con un diámetro (d) igual a 1 unidad. Sabemos que $L = \pi d$, lo cual significa que tiene una longitud (L) igual a π. A continuación dibujemos dos cuadrados, uno en el exterior de la circunferencia y otro introducido dentro de la circunferencia.

La longitud de la circunferencia real, por supuesto, debe ser más pequeña que el perímetro del cuadrado grande, y más grande que el perímetro del cuadrado pequeño. Así que si medimos los perímetros de los

cuadrados, podemos obtener el límite superior e inferior de la longitud de la circunferencia.



El perímetro del cuadrado grande es fácil de medir, porque cada lado es de la misma longitud que el diámetro de la circunferencia, que sabemos que equivale a 1 unidad. De modo que el perímetro del cuadrado grande mide 4 × 1 unidades = 4 unidades.

El perímetro del cuadrado pequeño es un poco más difícil de obtener, pero podemos calcular la longitud de cada lado usando el teorema de Pitágoras. Convenientemente, la diagonal del cuadrado y dos de sus lados forman un triángulo rectángulo. La hipotenusa (*h*) no solo equivale en longitud a la diagonal del cuadrado, sino que es también igual de larga que el diámetro de la circunferencia, es decir, 1 unidad. El teorema de Pitágoras establece que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. Si llamamos *s* a los lados del cuadrado, eso significa que $h^2 = s^2 + s^2$. Si $h = 1$, entonces los otros dos lados deben de tener una longitud cada uno de $1/\sqrt{2}$ unidades. Entonces el perímetro del cuadrado pequeño mide $4 \times 1/\sqrt{2}$ unidades. Entonces el perímetro del cuadrado pequeño es $4 \times 1/\sqrt{2} = 2{,}83$.

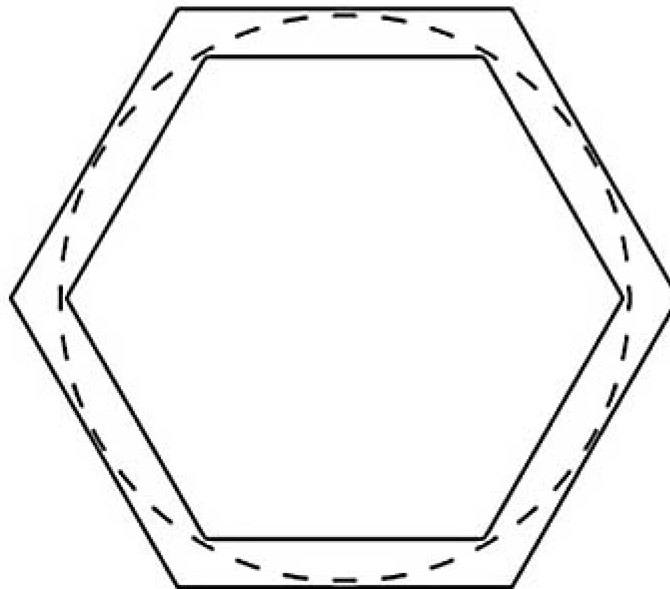
Como la longitud de la circunferencia debe ser menor que el perímetro del cuadrado grande, y sin embargo más grande que el perímetro del

cuadrado pequeño, podemos declarar con toda confianza que la longitud debe estar entre 2,83 y 4,00.

Recuerden que antes habíamos establecido que una circunferencia con un diámetro de 1 unidad tiene una longitud igual a π; por tanto, el valor de π debe encontrarse entre 2,83 y 4,00.

Este fue el gran descubrimiento de Arquímedes.

A lo mejor no les impresiona mucho, porque ya sabemos que π equivale aproximadamente a 3,14, de modo que un límite inferior de 2,83 y uno superior de 4,00 no nos resulta demasiado útil. Sin embargo, lo bueno del importante adelanto de Arquímedes era que se podía ir afinando. Por ejemplo, en lugar de introducir la circunferencia entre un cuadrado grande y uno pequeño, lo introdujo entre un hexágono grande y otro pequeño. Si pueden perder diez minutos y tienen cierta soltura con los números, prueben ustedes mismos que midiendo los perímetros de los dos hexágonos se averigua que π debe de ser más de 3,00 y menos de 3,464.



Un hexágono tiene más lados que un cuadrado, y por tanto se aproxima más a una circunferencia. Eso explica por qué da unos límites más estrechos para el valor de π. Sin embargo, todavía hay un gran margen de error. De modo que Arquímedes persistió, repitiendo su método con polígonos de

más lados cada vez, usando las formas que se aproximaban más a la circunferencia.

En realidad, Arquímedes perseveró hasta el punto en que finalmente atrapó una circunferencia entre dos polígonos de 96 lados, y calculó los perímetros de ambas formas. Era una hazaña impresionante, sobre todo teniendo en cuenta que Arquímedes no usaba la notación algebraica moderna, no tenía conocimiento de los decimales y debía hacer a mano sus largos cálculos. Pero el esfuerzo valió la pena, porque pudo fijar el verdadero valor de π entre 3,141 y 3,143.

Avanzando ocho siglos, hasta llegar al siglo V a. C., el matemático chino Zu Chongzhi dio un paso más en el mismo sentido que Arquímedes (o más bien otros 12 192 pasos, para ser más exactos) y usó dos polígonos de 12 288 lados para probar que el valor de π se encontraba entre 3,1415926 y 3,1415927.

El sistema poligonal llegó a su cumbre en el siglo XVII con matemáticos como el holandés Ludolph van Ceulen, que empleó polígonos con más de cuatro trillones de lados para medir hasta 35 decimales de π. Después de morir en 1610, en la lápida de su tumba dejó grabado que π era más de 3,14159265358979323846264338327950288 y menos de 3,1415926 5358979323846264338327950289.

Como habrán deducido ya en este punto, medir π es un trabajo muy duro, que tardaríamos en concluir toda la eternidad. Y eso se debe a que π es un número irracional. De modo que ¿tiene algún sentido calcular π con mayor precisión? Volveremos a este asunto más tarde, pero por el momento ya hemos dado la información esencial de π para proporcionar el contexto de la broma matemática del episodio «Hasta lueguito, cerebrito».

La trama del episodio se centra en el acoso hacia los *nerds*, que sigue siendo un problema mundial, a pesar de las sabias palabras del educador americano Charles J. Sykes, quien escribió en 1995: «Sed amables con los *nerds*. Existen muchas posibilidades de que acabéis trabajando para uno de ellos». Cuando Lisa intenta explicarse por qué los matones no pueden resistir la tentación de acosar a los *nerds*, sospecha que los *nerds* emiten un olor determinado que los marca como víctimas. Convence a uno de los amigos más *nerds* de su colegio para que sude, recoge su sudor y lo analiza.

Después de mucho investigar, al final aísla la feromona emitida por todo «empollón, cerebrito y cuatro ojos», que podría ser la responsable de atraer a los matones. La llama feromona «poindextrosa», en honor de Poindexter, el personaje del niño genio creado en la serie de dibujos *Félix el Gato*, de 1959.

Para probar su hipótesis, frota con un poco de poindextrosa la chaqueta del formidable ex boxeador Drederick Tatum, que está visitando su colegio. Y efectivamente, la feromona atrae a Nelson Muntz, el matón del colegio. Aunque Nelson sabe que es ridículo e inadecuado que un escolar acose y ataque a un ex boxeador, no puede resistir la atracción de la poindextrosa e incluso intenta subirle los calzoncillos a Tatum. Lisa ya tiene la prueba que necesitaba.

Emocionada por su descubrimiento, Lisa decide presentar un trabajo («Las feromonas transmitidas aéreamente en la agresividad de los agresores») en el 12.º Gran Cosa Científica Anual. El congreso lo preside John Nerdelbaum Frink Jr., el profesor distraído favorito de Springfield. Frink tiene la responsabilidad de presentar a Lisa, pero la atmósfera es tan intensa y el público está tan alterado que debe esforzarse por poner orden en la conferencia. Frustrado y desesperado, finalmente Frink exclama:

—¡Científicos, científicos, por favor! Mantengan el orden. Por favor, mirando hacia adelante, con las manos debidamente entrelazadas y prestando atención… ¡*Pi equivale exactamente a tres*!

De repente se detiene todo el alboroto. La idea del profesor Frink funciona, porque se ha dado cuenta de que declarar que π tiene un valor exacto dejaría asombrado y silencioso al público de *geeks*. Tras mil años de luchar por medir π con una precisión increíble, ¿cómo se iba a atrever nadie a reemplazar 3,141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307816406286208998628034825342117067982148086513… por 3?

La escena se hace eco de un poema humorístico escrito por el profesor Harvey L. Carter (1904-1994), historiador de la Universidad de Colorado:

’Tis a favorite project of mine,
A new value of pi to assign.

I would fix it at 3
For it's simpler, you see,
Than 3 point 1 4 1 5 9.

(Es mi nuevo proyecto favorito
asignar un nuevo valor a pi
lo dejaré en 3
porque es más sencillo, como ves,
que 3 punto 1 4 1 5 9).

Sin embargo, la escandalosa afirmación de Frick no estaba basada en el caprichoso poema de Cater. Por el contrario, Al Jean explicaba que había sugerido la frase: «¡Pi equivale exactamente a 3!» porque había leído hacía poco que en Indiana, en 1897, unos políticos intentaron legislar un valor oficial (e incorrecto) para π.

La Ley Pi de Indiana, oficialmente conocida como Ley Estatal n.º 246, de la sesión de 1897 de la Asamblea General de Indiana, fue creación de Edwin J. Goodwin, físico de la ciudad de Solitude, en el rincón sudoeste del estado. Este se presentó ante la Asamblea y propuso una ley que recogiera su solución a un problema conocido como «cuadratura del círculo», un antiguo problema que ya se había demostrado que era irresoluble en 1882. La explicación complicada y contradictoria de Goodwin contenía la siguiente frase, relacionada con el diámetro de una circunferencia:

> «… el cuarto hecho importante es que la relación entre el diámetro y la longitud de la circunferencia es como cinco cuartos a cuatro».

La relación del diámetro con la longitud de la circunferencia es igual a π, de modo que Goodwin estaba dictando en realidad un valor para π de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$\pi = \frac{\text{longitud de la circunferencia}}{\text{diámetro}} = \frac{4}{5/4} = 3{,}2$$

Goodwin decía que las escuelas de Indiana podían usar su descubrimiento sin pagar nada, pero que el estado tenía que compartir con él sus beneficios por regalías cobradas a otras escuelas que quisieran adoptar el valor de 3,2 para π. Al principio la naturaleza técnica de la ley desconcertó a los políticos, que la fueron remitiendo de la Cámara de Representantes al Comité Financiero y luego al Comité de Pantanos y finalmente al Comité de Educación, donde una atmósfera de confusión condujo a que fuera aprobada sin objeción alguna.

Entonces la ley se llevó al senado estatal para su ratificación. Afortunadamente el profesor C. A. Waldo, que entonces era jefe del Departamento de Matemáticas de la Universidad Purdue, en West Lafayette, Indiana, estaba visitando el edificio de la legislatura estatal durante ese período para discutir la adjudicación de fondos a la Academia de Ciencias de Indiana. Por casualidad, alguien del comité de fondos le enseñó la ley y le ofreció presentarle al doctor Goodwin, pero Waldo replicó que eso no sería necesario, porque ya conocía a suficientes locos.

Por el contrario, el profesor Waldo hizo un gran esfuerzo para transmitir su preocupación a los senadores, que empezaron a ridiculizar a Goodwin y su ley. El *Indianapolis Journal* citaba al senador Orrin Hubbell: «El Senado podría intentar legislar también que el agua subiera colina arriba, que es lo mismo que intentar establecer las verdades matemáticas por ley». Consecuentemente, cuando se debatió la ley por segunda vez, prosperó la moción de posponerla indefinidamente.

La absurda afirmación del profesor Frink de que π equivale a 3 es un recordatorio claro de que la ley pospuesta de Goodwin todavía está guardada en un archivador del sótano de la sede legislativa de Indiana, esperando que algún político crédulo la resucite.

CAPÍTULO 3

EL ÚLTIMO TEOREMA DE HOMER

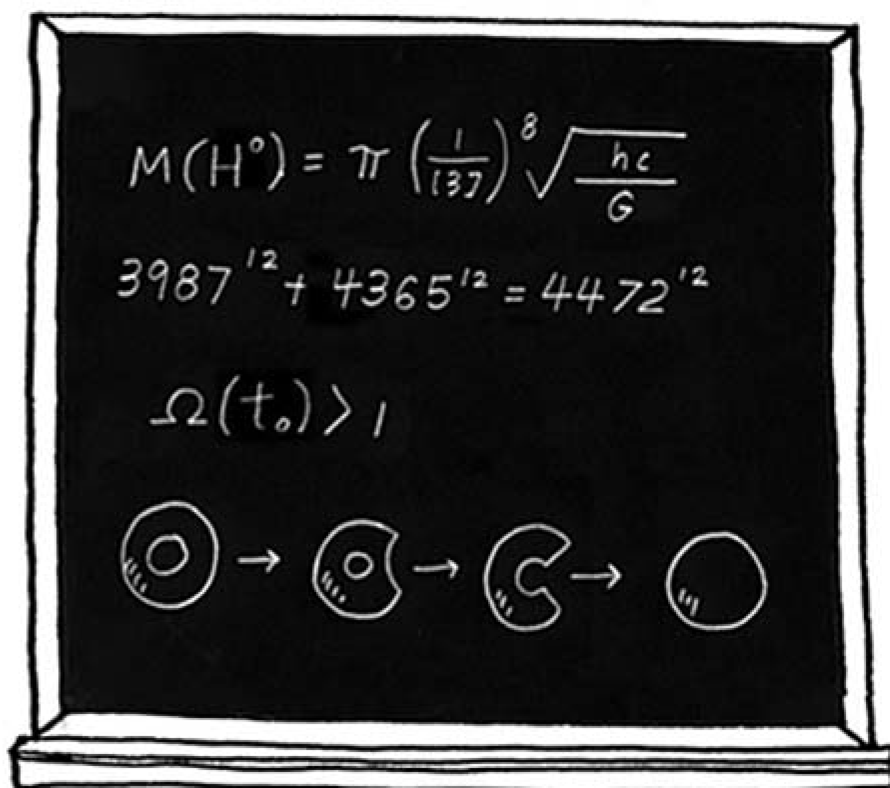


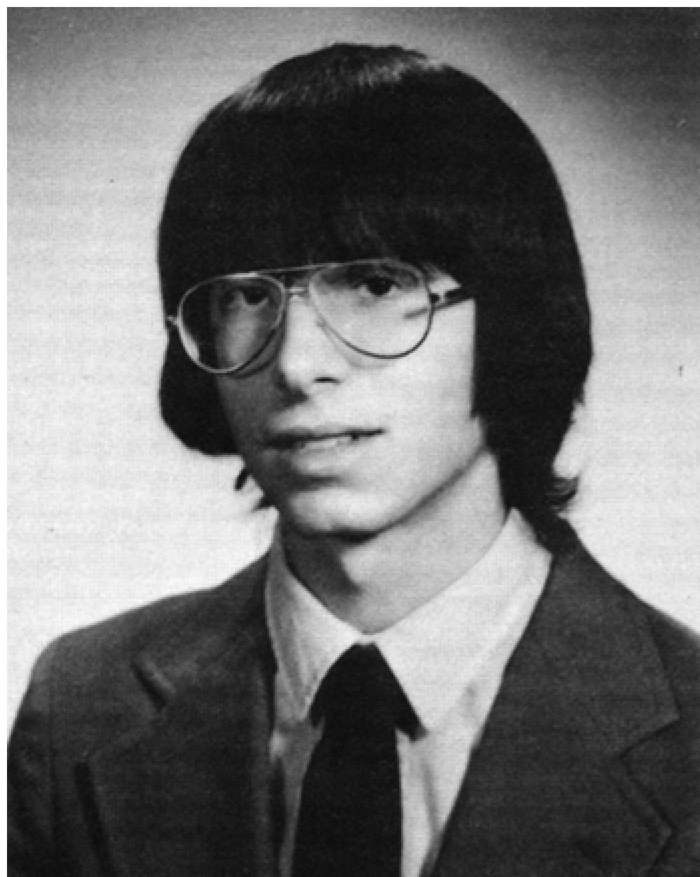
De vez en cuando, Homer Simpson explora sus talentos inventivos. En «Chiromami» (2001), por ejemplo, crea el «Milagroso Cilindro Medular del Doctor Homer», que esencialmente es un cubo de basura abollado con huecos al azar que «encajan perfectamente con el contorno de las vértebras humanas». Promueve su invento como tratamiento para el dolor de espalda, aunque no existe la más mínima prueba que apoye esa afirmación. Los quiroprácticos de Springfield, que se sienten insultados y temen que Homer les robe sus pacientes, amenazan con destruir el invento de Homer. Esto les permitirá de nuevo acaparar el mercado de los problemas de espalda y promover felizmente sus propios tratamientos falsos.

Las hazañas inventivas de Homer llegan a su cénit en «El mago de Evergreen Terrace» (1998). El título es una broma que hace referencia al «Mago de Menlo Park», el sobrenombre que dio un reportero a Thomas Edison cuando estableció su laboratorio principal en Menlo Park, Nueva Jersey. Al morir, en 1931, Edison tenía 1093 patentes de Estados Unidos a su nombre, y se había convertido en una leyenda de la invención.

El episodio se centra en la decisión de Homer de seguir los pasos de Edison. Construye diversos artilugios que van desde una alarma que pita cada tres segundos solo para hacerte saber que todo va bien, hasta una escopeta que aplica maquillaje disparándola directamente hacia la cara. Durante su intensa fase de investigación y desarrollo vemos a Homer de pie ante una pizarra escribiendo algunas ecuaciones matemáticas. Esto no debería sorprendernos, porque muchos inventores aficionados han sido buenos matemáticos, y viceversa.

Pensemos en sir Isaac Newton, que por cierto hizo una aparición estelar en un episodio de *Los Simpson* titulado «La última tentación de Homer» (1993). Newton es uno de los padres de las matemáticas modernas, pero también fue inventor a tiempo parcial. Algunos aseguran que instaló la primera y rudimentaria gatera sin puerta batiente (un agujero en la base de la puerta para permitir que su gato saliera y entrara a voluntad). Extrañamente, ¡había un segundo agujero más pequeño para los gatitos! ¿Pudo ser Newton en realidad tan excéntrico y despistado? Se ha debatido mucho la veracidad de esta historia, pero según lo que afirmaba J. M. F. Wright en 1827: «Ya sea verdadera o falsa esta historia, lo que es cierto indiscutiblemente es que en su puerta, hasta el día de hoy, se ven dos agujeros de las dimensiones adecuadas para que pasen respectivamente gatos y gatitos».





3. David S. Cohen fotografiado en el Instituto Dwight Morrow, en el anuario escolar de 1984. Se decía en broma que todos los que participaban en el equipo de matemáticas eran cocapitanes, para poder indicarlo así en su solicitud para las universidades.

Las fórmulas matemáticas que escribe Homer en la pizarra de «El mago de Evergreen Terrace» las introdujo en el guión David S. Cohen, que formaba parte de una nueva generación de guionistas con formación matemática que se unieron a *Los Simpson* a mediados de los noventa. Como Al Jean y Mike Reiss, Cohen había exhibido un auténtico talento para las matemáticas a edad temprana. En casa, leía habitualmente el ejemplar de *Scientific American* de su padre y jugaba a resolver los enigmas matemáticos de la columna mensual de Martin Gardner. Además, en el Instituto Dwight Morrow, en Englewood, Nueva Jersey, fue cocapitán del equipo de matemáticas que llegó a ser campeón del estado en 1984.

Junto con sus amigos del colegio David Schiminovich y David Borden, formó un grupo de programadores adolescentes de ordenadores llamados los Glitchmasters, y juntos crearon FLEET, su propio lenguaje informático,

diseñado para gráficos de alta velocidad y juegos en el Apple II Plus. Al mismo tiempo, a Cohen le interesaba escribir guiones y comics. Señala que su carrera profesional con los comics, que tuvo lugar mientras estaba en el instituto, se inició con el que le vendió a su hermana por un penique.

Mientras estudiaba física en la Universidad de Harvard seguía interesado por escribir guiones, y participó en el *Harvard Lampoon*, del cual acabó siendo presidente. A lo largo del tiempo, como le ocurrió a Al Jean, la pasión de Cohen por la comedia y los guiones superó a su amor por las matemáticas y la física, y abandonó la carrera académica a cambio de convertirse en guionista de *Los Simpson*. Sin embargo, de vez en cuando Cohen vuelve a sus raíces introduciendo subrepticiamente las matemáticas en las series de televisión. Los símbolos y diagramas de la pizarra de Homer son un buen ejemplo.

Cohen tenía mucho interés por incluir ecuaciones de otras áreas científicas, así que contactó con uno de sus amigos del instituto, David Schiminovich, que había seguido el camino académico y era astrónomo en la Universidad de Columbia.

La primera ecuación de la pizarra es sobre todo obra de Schiminovich, y predice la masa del bosón de Higgs, $M(H^0)$, una partícula elemental que se propuso por primera vez en 1964. La ecuación es una juguetona combinación de diversos parámetros fundamentales, por ejemplo la constante de Planck, la constante gravitacional y la velocidad de la luz. Si comprueban estos números y los introducen en la ecuación[4], predice una masa de 775 gigaelectrovoltios (GeV), que es sustancialmente más elevada que los 125 GeV que se estimaron cuando se descubrió el bosón de Higgs en 2012. Sin embargo, 775 GeV no era una mala suposición, sobre todo teniendo presente que Homer es solo un inventor aficionado, y que realizó sus cálculos catorce años antes de que los físicos del CERN, la Organización Europea para la Investigación Nuclear, le siguieran la pista a la elusiva partícula.

La segunda ecuación… la vamos a dejar a un lado, por el momento. Es la fórmula matemática más intrigante de toda la pizarra, y vale la pena la espera.

La tercera ecuación concierne a la densidad del universo, cosa que tiene sus implicaciones en cuanto a su destino. Si $\Omega(t_0)$ es mayor que 1, como inicialmente ha escrito Homer, entonces eso significa que el universo acabará haciendo implosión bajo su propio peso. Intentando reflejar esta consecuencia cósmica a nivel local, parece que hay una pequeña implosión en el sótano de Homer, después de que los espectadores vean esta ecuación.

Homer entonces altera el signo de desigualdad, de modo que la ecuación pasa de $\Omega(t_0) > 1$ a $\Omega(t_0) < 1$. Cosmológicamente, la nueva ecuación sugiere un universo que se expande eternamente, resultando en algo similar a una eterna explosión cósmica. El guión se hace eco de esta nueva ecuación, porque hay una explosión importante en el sótano en cuanto Homer invierte el signo de desigualdad.

La cuarta línea de la pizarra es una serie de cuatro diagramas matemáticos que muestran una rosquilla convirtiéndose en una esfera. Esta línea se refiere a una parte de las matemáticas llamada *topología*. Para entender estos diagramas, es necesario saber que un cuadrado y un círculo son idénticos el uno al otro, según las normas de la topología. Se consideran «homeomórficos», o gemelos topológicos, porque un cuadrado dibujado en una lámina de goma se puede convertir en un círculo, estirándolo con cuidado. En realidad, a veces se conoce a la topología como «geometría de la lámina elástica».

A los topólogos no les preocupan los ángulos ni la largura, que se ven claramente alterados al estirar la lámina de goma, pero sí que se preocupan por las propiedades fundamentales. Por ejemplo, la propiedad fundamental de una letra **A** es que se trata esencialmente de una anilla con dos patas. La letra **R** es también una anilla con dos patas. De modo que **A** y **R** son homeomórficas, porque una **A** dibujada en una lámina de goma puede transformarse en una **R** si la estiramos con cuidado.

Sin embargo, por mucho que estiremos, no podemos transformar una letra **A** en una **H**, porque esas letras son fundamentalmente diferentes entre sí, ya que la **A** consiste en una anilla con dos patas y la **H** no tiene anillas. La única forma de convertir una **A** en una **H** es cortando la lámina de goma

por la parte superior de la **A**, destruyendo así la anilla. Sin embargo, en topología está prohibido cortar.

Los principios de la geometría de lámina elástica se pueden extender a las tres dimensiones, cosa que explica la ocurrencia de que el topólogo es alguien que no sabe diferenciar entre una rosquilla y una taza de café. En otras palabras, una taza de café tiene un agujero, creado por el asa, y una rosquilla también tiene un agujero, en medio. De ahí que una taza de café hecha de arcilla elástica podría ser retorcida y estirada hasta adquirir la forma de una rosquilla. Y por tanto son homeomórficas.

Por el contrario, una rosquilla no se puede transformar en una esfera, porque la esfera no tiene ningún agujero, y por mucho que estiremos y retorzamos no podemos eliminar el agujero que forma parte integrante de la rosquilla. En realidad, es un teorema matemático demostrado que una rosquilla es topológicamente distinto de una esfera. Sin embargo, los garabatos de Homer en la pizarra parecen conseguir lo imposible, porque los diagramas muestran la transformación con éxito de una rosquilla en una esfera. ¿Cómo?

Aunque cortar está prohibido en topología, Homer ha decidido que mordisquear es aceptable. Después de todo, el objeto inicial es una rosquilla, así que, ¿quién podría resistirse a darle unos mordisquitos? Dando los mordiscos suficientes a la rosquilla la convertimos en una forma de plátano, que a su vez puede adoptar la forma de una esfera mediante los estiramientos y retorcimientos de rigor.

A lo mejor los topólogos corrientes no se sienten demasiado emocionados al ver uno de sus más amados teoremas convertido en humo, pero una rosquilla y una esfera son idénticos, según las personales normas de la topología de Homer. Quizá el término correcto no sea «homeomórfico», sino «Homermórfico».



La segunda línea de la pizarra de Homer es quizá la más interesante, ya que contiene la siguiente ecuación:

$$3987^{12} + 4365^{12} = 4472^{12}$$

La ecuación parece inocua a primera vista, a menos que sepan algo de la historia de las matemáticas, en cuyo caso estarán a punto de destrozar su regla de cálculo, llenos de indignación. ¡Porque parece que Homer ha logrado lo imposible y ha encontrado una solución al notable misterio del último teorema de Fermat!

Pierre de Fermat propuso su teorema alrededor de 1637. Aunque no era más que un aficionado que resolvía problemas en su tiempo libre, Fermat fue uno de los matemáticos más grandes de la historia. Trabajando aisladamente en su casa, en el sur de Francia, su única compañía matemática era un libro llamado *Aritmética*, escrito por Diofanto de Alejandría en el siglo III d. C. Leyendo aquel texto griego antiguo, Fermat vio la siguiente ecuación:

$$x^2 + y^2 = z^2$$

Esta ecuación está estrechamente relacionada con el teorema de Pitágoras, pero Diofanto no estaba interesado en triángulos ni en la longitud de sus lados. Por el contrario, desafiaba a sus lectores a encontrar soluciones a su ecuación con números enteros. Fermat ya estaba familiarizado con las técnicas requeridas para encontrar tales soluciones, y también sabía que la ecuación tenía un número infinito de soluciones. Estas son las llamadas ternas pitagóricas e incluyen:

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$
$$5^2 + 12^2 = 13^2$$
$$133^2 + 156^2 = 205^2$$

De modo que, aburrido con el enigma de Diofanto, Fermat decidió buscar una variante. Quería encontrar soluciones con números enteros a la siguiente ecuación:

$$x^3 + y^3 = z^3$$

A pesar de todos sus esfuerzos, Fermat solo pudo encontrar soluciones triviales con un cero, como $0^3 + 7^3 = 7^3$. Cuando intentaba encontrar

soluciones más significativas, lo mejor que podía ofrecer era una ecuación que fallaba solo por uno, como $6^3 + 8^3 = 9^3 - 1$.

Además, cuando Fermat aumentaba más la potencia a la que se elevaban *x*, *y* o *z*, sus esfuerzos por encontrar un conjunto de soluciones se veían burlados una y otra vez. Empezó a pensar que era imposible encontrar números enteros que fueran la solución de una de las siguientes ecuaciones:

$$x^3 + y^3 = z^3$$
$$x^4 + y^4 = z^4$$
$$x^5 + y^5 = z^5$$
$$x^6 + y^6 = z^6$$
$$\ldots$$
$$x^n + y^n = z^n, \quad \text{donde } n > 2$$

Al final, sin embargo, hizo un gran avance. No encontró una serie de números que coincidiesen con una de esas ecuaciones, sino que desarrolló un argumento que probaba que tales soluciones no existían. Escribió un par de frases tentadoras en latín en el margen de su ejemplar de la *Aritmética* de Diofanto. Empezó estableciendo que no hay soluciones con números enteros para ninguna de las infinitas ecuaciones que se indican arriba, y luego añadió con confianza en la segunda frase: «Cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi, hanc marginis exiguitas non caperet». (He descubierto una prueba maravillosa de esto, que este margen es demasiado estrecho para contener).

Pierre de Fermat había encontrado una prueba, pero no se molestó en escribirla. Quizá sea la nota más frustrante de toda la historia de las matemáticas, particularmente dado que Fermat se llevó su secreto a la tumba.

El hijo de Fermat, Clément-Samuel, encontró más tarde el ejemplar de su padre de la *Aritmética* y vio aquella intrigante nota al margen. También vio muchos apuntes similares en los márgenes, porque Fermat tenía la costumbre de asegurar que podía probar algo notable, pero raramente escribía las pruebas. Clément-Samuel decidió conservar aquellas notas publicando una nueva edición de la *Aritmética* en 1670 que incluía todas las notas al margen de su padre junto al texto original. Esto impulsó a la comunidad matemática a encontrar las pruebas que faltaban asociadas con

cada una de sus afirmaciones, y una a una confirmaron que las afirmaciones de Fermat eran correctas. Pero nadie pudo probar que no había solución a la ecuación $x^n + y^n = z^n$ ($n > 2$). Por tanto, esta ecuación se conoció como último teorema de Fermat, porque era el último de todos los que afirmaba conocer Fermat que seguía sin probar.

A medida que pasaba cada década sin pruebas, el último teorema de Fermat se hacía más y más famoso, y el deseo de encontrar una prueba aumentaba. En realidad, a finales del siglo XIX el problema había captado la atención de muchas personas fuera de la comunidad matemática. Por ejemplo, cuando murió el industrial alemán Paul Wolfskehl en 1908, legó cien mil marcos (el equivalente a un millón de dólares de hoy en día) como recompensa para cualquiera que pudiera probar el último teorema de Fermat. Según algunos, Wolfskehl despreciaba a su mujer y al resto de su familia, así que su testamento estaba destinado a desairarlos y a recompensar las matemáticas, un tema que siempre le había encantado. Otros aducían que el premio de Wolfskehl era su manera de dar las gracias a Fermat, porque se dice que la fascinación con el problema le había dado una razón para vivir cuando estaba a punto de suicidarse.

Sean cuales fueran los motivos, el premio Wolfskehl catapultó el último teorema de Fermat a la notoriedad pública, y con el tiempo incluso se convirtió en parte de la cultura popular. En «El diablo y Simon Flagg», un relato corto escrito por Arthur Porges en 1954, el héroe del título firma un pacto fáustico con el diablo. La única esperanza que tiene Flagg de salvar su alma es hacerle una pregunta al diablo que este no pueda responder, así que le pide una prueba del último teorema de Fermat. Después de aceptar su derrota, el diablo le dice: «¿Sabes que ni siquiera los mejores matemáticos de otros planetas, mucho más avanzados que los vuestros, lo han resuelto? Hay un tipo en Saturno, que parece un champiñón con zancos, que resuelve ecuaciones diferenciales parciales de memoria, y hasta él se ha rendido».

El último teorema de Fermat ha aparecido también en novelas (*La chica que soñaba con una cerilla y un bidón de gasolina*, de Stieg Larsson), en películas (*Al diablo con el diablo*, con Brendan Fraser y Elizabeth Hurley), y obras de teatro (*Arcadia*, de Tom Stoppard). Quizá el cameo más famoso del teorema sea en un episodio de 1989 de *Star Trek: la nueva generación*

titulado «El Royale», en el cual el capitán Jean-Luc Picard describe el último teorema de Fermat como «un enigma que quizá nunca resolvamos». Sin embargo, el capitán Picard estaba equivocado y anticuado, porque el episodio estaba ambientado en el siglo veinticuatro, y el teorema en realidad fue probado en 1995 por Andrew Wiles en la Universidad de Princeton[5].

Wiles había soñado con abordar el desafío de Fermat ya desde que tenía diez años. El problema llevaba tres décadas obsesionándole, y culminó en siete años de trabajo en un secreto absoluto. Al final consiguió probar que la ecuación $x^n + y^n = z^n$ ($n > 2$) no tenía soluciones. Cuando se publicó su prueba ocupaba 130 densas páginas de fórmulas matemáticas. Esto es interesante, en parte porque indica la escala monumental del logro de Wiles, y en parte porque su cadena lógica es demasiado sofisticada para haber sido descubierta en el siglo XVII. En realidad, Wiles había usado muchas herramientas y técnicas que no se inventaron hasta el siglo XX, de modo que su prueba no podía ser la que tenía pensada Fermat.

A este punto se hacía alusión en un episodio de 2010 de la serie de televisión de la BBC *Doctor Who*. En el episodio «En el último momento», el actor Matt Smith debuta como regenerado Undécimo Doctor, que debe probar sus credenciales ante un grupo de genios para persuadirlos de que sigan su consejo y salven el mundo. Cuando están a punto de rechazarle, el Doctor dice: «Antes de que lo hagan, vean esto. El teorema de Fermat. La prueba. Y me refiero a la verdadera. Nunca vista antes». En otras palabras, el Doctor está reconociendo tácitamente que la prueba de Wiles existe, pero también interpreta que esa no es la prueba de Fermat, que considera que es la «verdadera». Quizá el Doctor fuera al siglo XVII y obtuviese la prueba directamente de Fermat…

De modo que, para resumir, en el siglo XVII, Pierre de Fermat establece que puede probar que la ecuación $x^n + y^n = z^n$ ($n > 2$) no tiene solución con números enteros. En 1995, Andrew Wiles descubre una nueva prueba que verifica la afirmación de Fermat. En 2010, el Doctor revela la prueba original de Fermat. Todo el mundo está de acuerdo en que la ecuación no tiene soluciones.

Pero en «El mago de Evergreen Terrace», Homer parece haber desafiado a las mejores mentes de casi cuatro siglos. Fermat, Wiles, e incluso el Doctor afirman que la ecuación de Fermat no tiene soluciones, pero en la pizarra de Homer aparece una solución:

$$3987^{12} + 4365^{12} = 4472^{12}$$

Pueden comprobarlo si quieren con una calculadora. Eleven 3987 a la duodécima potencia. Añadan 4365 elevado también a la duodécima potencia. Saquen la raíz duodécima del resultado, y obtendrán 4472.

O al menos es lo que se obtiene con cualquier calculadora que pueda mostrar solo diez dígitos en la pantalla. Sin embargo, si tienen una calculadora más precisa, capaz de mostrar una docena o más de dígitos, hallarán una respuesta distinta. El valor real del tercer término de la ecuación es más bien

$$3987^{12} + 4365^{12} = 4472{,}0000000070592907382135292414^{12}$$

¿Qué está pasando aquí? La ecuación de Homer es una «casi» solución a la ecuación de Fermat, y eso significa que los números 3987, 4365 y 4472 «casi» cumplen la ecuación… tanto, que la discrepancia es apenas perceptible. Sin embargo, en matemáticas o tienes una solución o no la tienes. Una solución «casi» perfecta en realidad no es una solución, y eso significa que el último teorema de Fermat sigue intacto.

Sencillamente, David S. Cohen hizo una broma matemática a los espectadores lo bastante rápidos como para ver la ecuación y lo bastante enterados para reconocer su vínculo con el último teorema de Fermat. Cuando se emitió ese episodio, en 1998, la prueba de Wiles llevaba tres años publicada, de modo que Cohen era muy consciente de que el último teorema de Fermat se había conquistado ya. Incluso él mismo tenía un vínculo personal con la prueba, porque había asistido a algunas conferencias de Ken Ribet cuando era estudiante de grado en la Universidad de Berkeley, California, y Ribet había proporcionado a Wiles un punto de apoyo importantísimo en su prueba del último teorema de Fermat.

Cohen sabía que la ecuación de Fermat no tenía solución, desde luego, pero quería rendir homenaje a Pierre de Fermat y Andrew Wiles creando una solución que estaba tan cerca de ser correcta que aparentemente habría pasado la prueba, si se hubiese comprobado con una calculadora sencilla. Para encontrar su pseudosolución, creó un programa informático que fue analizando los valores de *x, y, z* y *n* hasta que encontró números que casi cuadraban. Al final Cohen lo dejó en $3987^{12} + 4365^{12} = 4472^{12}$ porque el margen de error resultante es minúsculo (el lado izquierdo de la ecuación es solo un 0,0000000002 por 100 mayor que el derecho).

En cuanto se emitió este episodio, Cohen fue comprobando los mensajes *online* para ver si alguien se había dado cuenta de su broma. Al final detectó un mensaje que decía: «Ya sé que esto parece que refuta el último teorema de Fermat, pero lo he probado en mi calculadora y funciona. ¿Qué está pasando aquí?».

Le encantó ver que los matemáticos en ciernes de todo el mundo se sentían intrigados por su paradoja matemática: «Me puse muy contento, porque mi objetivo era conseguir la precisión suficiente para que las calculadoras de la gente les dijeran que la ecuación funcionaba».

Cohen está muy orgulloso de su pizarra en «El mago de Evergreen Terrace». De hecho, obtiene una inmensa satisfacción de todas las agudezas matemáticas que ha introducido en *Los Simpson* a lo largo de los años: «Me encanta todo esto. Es muy fácil que, trabajando en televisión, no te sientas contento con lo que haces, porque tu trabajo hace que la sociedad sea peor. Así que, cuando tenemos la oportunidad de elevar el nivel de la discusión (sobre todo, de ensalzar las matemáticas), nos compensa de todos esos días en los que escribimos chistes sobre funciones corporales».

CAPÍTULO 4

EL ENIGMA DEL HUMOR MATEMÁTICO



Como era de esperar, muchos de los guionistas matemáticos de *Los Simpson* tienen verdadera pasión por los pasatiempos. Naturalmente, su amor por los pasatiempos ha aparecido en diversos episodios.

Por ejemplo, en «Definición de Homer» (1991) aparece el rompecabezas más famoso del mundo, el cubo de Rubik. En el episodio hay un *flash-back* de 1980, el año en que se exportó el cubo desde Hungría por primera vez, cuando un joven Homer asiste a una sesión de formación sobre seguridad nuclear. En lugar de prestar atención a los consejos del instructor, que explica qué hacer si se produce una fusión accidental del núcleo, está concentrado en su cubo nuevecito, y dando vueltas a algunas de las 43 252 003 274 489 856 000 permutaciones para averiguar la solución.

El cubo de Rubik ha aparecido también en los episodios «Huracán Neddy» (1996) y «HOMЯ» (2001), y Moe Szyslak invocaba también el cubo de Rubik como amenaza en «El topo gordo» (2010). Como propietario y barman de la taberna de Moe, Moe recibe regularmente llamadas de broma de Bart, que le pregunta por gente especial con nombres ficticios y embarazosos. Moe acaba siempre llamando por todo el bar y preguntando cosas como: «¿Ha visto alguien a Empel Otas?» y «¿Al Cólico? Eh, estoy buscando a Al Cólico». El episodio de «El topo gordo» es especial porque Moe recibe una llamada telefónica que no es broma, y no procede de Bart. Por el contrario, quien le llama es Marion Anthony D’Amico, jefe de la notoria familia criminal D’Amico de Springfield. Tony «el Gordo», como le llaman sus amigos (y enemigos) simplemente quiere que Moe pregunte si está su amigo ruso Uri Nator en el bar. Suponiendo que es otra broma de

Bart, Moe comete el error de amenazar al que llama: «¡Te voy a cortar a trocitos y te voy a convertir en un cubo de Rubik que nunca resolveré!».

Un enigma mucho más antiguo aparece en «Adiós, Maggie, adiós» (2009), un episodio que es una parodia de la novela de Dan Brown *El código Da Vinci*. El guión empieza con un eclipse total de sol y acaba con la joya de Santa Teresa de Ávila, y gira en torno a la falsa creencia de que Maggie es el nuevo mesías. Desde el punto de vista del amante de los pasatiempos, la escena más interesante del episodio concierne a Homer, que se encuentra atrapado en un lado de un río con su bebé (Maggie), su perro (*Ayudante de Santa Claus*), y un bote grande de cápsulas de veneno.

Homer está desesperado por cruzar el río. Hay una barca, pero es muy endeble, y solo puede llevar a Homer y otro de los sujetos a la vez. Por supuesto, no puede dejar a Maggie con el veneno, porque el bebé podría tragarse una cápsula, ni tampoco puede dejar a *Ayudante de Santa Claus* con Maggie, por si el perro muerde a la niña. De ahí que el desafío de Homer sea encontrar una secuencia de cruce que le permita llevar a todo el mundo y todos los objetos tranquilamente al otro lado.

Cuando Homer empieza a pensar en el problema, cambia el estilo de animación y el problema se plantea con el estilo de un manuscrito ilustrado medieval, acompañado por las palabras: «¿Cómo cruza el idiota el río con sus tres cargas?» Esto hace referencia a un manuscrito latino medieval titulado *Propositiones ad acuendos juvenes* («Problemas para espabilar a los jóvenes»), que contiene la referencia más temprana a este tipo de problema de cruzar el río. El manuscrito es una compilación maravillosa de más de cincuenta enigmas matemáticos escritos por Alcuino de York, considerado el hombre más docto del siglo VIII en Europa.

Alcuino plantea un problema idéntico al dilema de Homer, pero con un hombre que transporta un lobo, una cabra y una col, y tiene que evitar que el lobo se coma la cabra, y que la cabra se coma la col. El lobo equivale en realidad a *Ayudante de Santa Claus*, la cabra tiene el mismo papel que Maggie, y la col ocupa el lugar del veneno.

La solución del problema de Homer, que él mismo averigua, es empezar llevando a Maggie al otro lado del río partiendo de la orilla original, y desembarcarla en la otra orilla. Luego volvería a la orilla original, recogería

el veneno y volvería a remar hasta la orilla de destino, y depositaría el veneno. No puede dejar el veneno con Maggie, de modo que volvería a llevar a Maggie a la orilla original, y la dejaría allí, mientras llevaría a *Ayudante de Santa Claus* a la orilla de destino, dejándolo junto con el veneno. Luego volvería a la orilla original y recogería a Maggie. Finalmente, remaría hasta la orilla de destino y completaría el desafío con todos a salvo, habiendo cruzado el río.

Por desgracia no es capaz de completar su plan, porque cuando Homer deja a Maggie en la orilla de destino, al final de la primera etapa, a esta la raptan en seguida unas monjas. Esto es algo que Alcuino no consiguió prever en su planteamiento original del problema.

En un episodio anterior, «Lisa, la Simpson» (1998), un enigma representa un papel incluso más importante aún, porque desencadena toda una trama argumental. La historia empieza en la cafetería escolar, donde Lisa se sienta frente a Martin Prince, que quizá sea el joven matemático más dotado de todo Springfield. En realidad, Martin experimenta la vida desde una perspectiva enteramente matemática, como quedaba demostrado en «Bart en suspenso» (1990), episodio en el cual Bart temporalmente se hace amigo de Martin y le ofrece un consejo: «A partir de ahora, te sientas en la fila de atrás. Y no solo en el autobús. También en el colegio y la iglesia… Para que nadie vea lo que estás haciendo». Martin entonces reformula el consejo de Bart en términos matemáticos: «El potencial de travesura varía de manera inversamente proporcional con respecto a la proximidad de uno con la figura de autoridad». Incluso apunta la ecuación que condensa la sabiduría de Bart, en la cual M representa el potencial de travesura, y P_A es la proximidad a una figura de autoridad:

$$M \propto \frac{1}{P_A}$$

En la cafetería, Martin se interesa por el almuerzo de Lisa, que no es la comida de cafetería habitual, sino más bien una comida envasada al vacío de temática espacial. Cuando Lisa le enseña su almuerzo y le explica que es «lo que come John Glenn cuando no está en el espacio», Martin ve un pasatiempo en la parte de abajo del paquete. El desafío es encontrar el siguiente símbolo en esta secuencia:

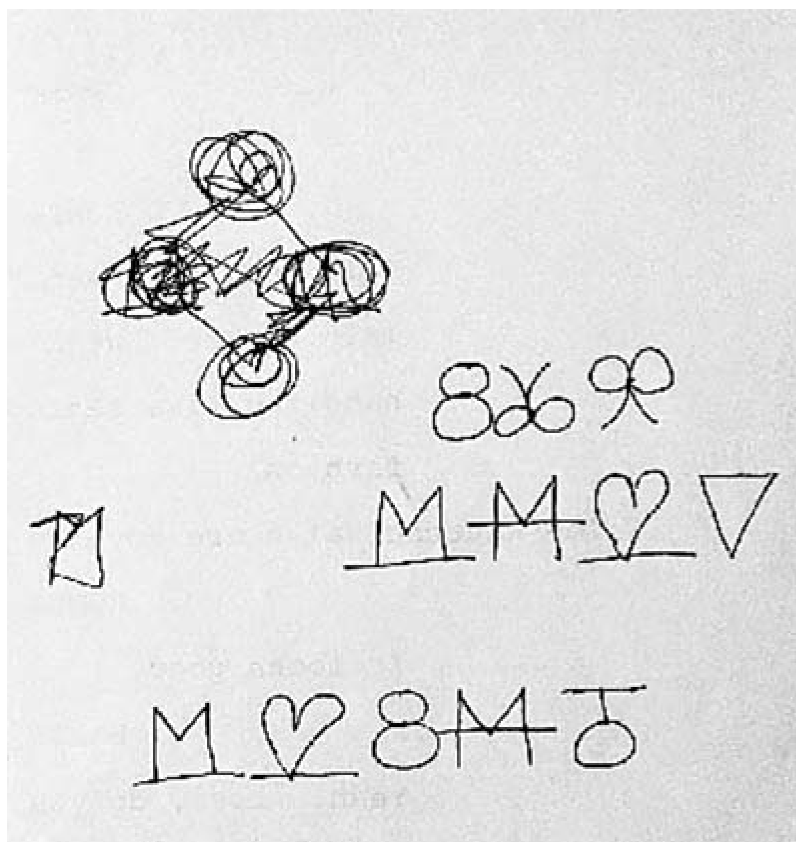


Martin resuelve el acertijo en un abrir y cerrar de ojos, pero Lisa sigue perpleja. Poco a poco se va sintiendo cada vez más frustrada a medida que los estudiantes que están cerca, incluido Bart, dicen que pueden identificar el siguiente símbolo en la secuencia. Parece que todo el mundo es capaz de encontrar la respuesta… excepto Lisa. Por consiguiente, pasa el resto del episodio cuestionándose su capacidad intelectual y su destino académico. Afortunadamente, ustedes no tienen que sufrir tal cataclismo emocional. Les sugiero que pasen un momento pensando en el acertijo y que luego miren la respuesta proporcionada en la nota de la página siguiente.

El enigma del almuerzo es curioso porque ayudó a reforzar los cimientos matemáticos de *Los Simpson*, al atraer a un nuevo matemático al equipo de guionistas. J. Stewart Burns estudió matemáticas en Harvard

antes de embarcarse en un doctorado en la Universidad de Berkeley, California. Su tesis doctoral seguramente habría tratado de teoría algebraica de los números o de topología, pero abandonó la búsqueda antes de hacer muchos progresos, y recibió a cambio un máster en lugar de un doctorado. La razón de su partida prematura de Berkeley fue que los productores de la comedia *Infelices para siempre* le ofrecieron trabajo. Burns siempre había tenido la ambición de ser guionista de comedia de televisión, y aquella era su gran oportunidad. Pronto se hizo amigo de David S. Cohen, que invitó a Burns a acudir a las oficina de *Los Simpson* y asistir a la lectura de un episodio, que dio la casualidad de que era «Lisa, la Simpson». A medida que se iba desarrollando la trama, incluyendo la basada en el acertijo, Burns sentía que era ahí donde debía estar, trabajando junto a Cohen y los otros guionistas matemáticos. Mientras trabajaba en *Infelices para siempre*, a Burns lo etiquetaban como un *geek* matemático con un máster. Por el contrario, cuando se unió a *Los Simpson*, un máster en matemáticas ya no era nada excepcional. En lugar de etiquetarlo de friki, se le llegó a considerar el más indicado para el humor de retrete.

Tras contarme cómo fue reclutado para unirse a *Los Simpson*, Burns estableció ciertos paralelismos entre pasatiempos y chistes, y sugirió que tenían mucho en común. Ambos tienen un esquema cuidadosamente construido, ambos se apoyan en un giro final, y ambos tienen una sorpresa final efectiva. En realidad, los mejores pasatiempos y bromas te hacen pensar y sonreír cuando caes en la cuenta. Y quizá ese sea el motivo de que los matemáticos hayan sido una aportación tan valiosa al equipo de guionistas de *Los Simpson*.



4. Aunque David S. Cohen no recuerda si fue él quien sugirió el enigma que aparece en «Lisa, la Simpson», ciertamente fue él quien dibujó los bocetos iniciales. El acertijo, casi como aparece en este episodio, está en la línea inferior de los garabatos. Para resolver el problema solo hay que darse cuenta de que la mitad izquierda y derecha de cada símbolo son imágenes especulares la una de la otra. La mitad derecha del primer símbolo es un 1, y la izquierda es su reflejo. La mitad derecha del segundo símbolo es 2, y la mitad izquierda es su reflejo. El patrón continúa con el 3, 4 y 5, de modo que el sexto símbolo sería un 6 unido a su propio reflejo.
La línea superior sugiere que Cohen estaba pensando en usar la secuencia 3, 6, 9, pero abandonó su idea, probablemente porque el cuarto elemento, 12, habría requerido dos dígitos. La línea de en medio, que muestra la secuencia 1, 4, 2, 7, también se abandonó. No queda claro cuál habría sido el quinto elemento de la segunda secuencia, y Cohen ya no recuerda qué tenía pensado entonces.

Además de aportar a la serie su amor por los pasatiempos, los matemáticos también aportaron una nueva forma de trabajar. Burns ha observado que sus colegas no matemáticos generalmente ofrecen gags ya creados del todo en un momento de inspiración, mientras que los matemáticos del equipo de guionistas tienen tendencia a aportar ideas en

bruto para crear bromas. Estas bromas incompletas luego se van pasando entre los guionistas hasta que se acaban de pulir.

Además de inventar bromas en grupo, los matemáticos también se apoyan unos a otros para desarrollar los guiones. Según Jeff Westbrook, colega guionista de Burns en *Los Simpson* y ex matemático también a su vez, ese entusiasmo por la colaboración tiene su origen en su carrera previa. «Yo era teórico informático, de modo que estaba sentado con otros tíos probando muchos teoremas matemáticos. Cuando llegué aquí, me sorprendió descubrir que ocurre lo mismo en la sala de guionistas, porque lo que hacemos es estar ahí sentados sacando ideas. Existe un hilo común creativo, que es que tratas de resolver problemas. En un caso el problema es un teorema matemático; en el otro, el desarrollo de una historia. Intentamos desmembrar la historia y analizarla. ¿De qué trata en realidad?».

Teniendo presente todo esto, empecé a preguntar a otros guionistas por qué pensaban que habían encontrado refugio en *Los Simpson* tantos guionistas con inclinaciones matemáticas. Para Cohen, los guionistas con conocimientos de matemáticas son más confiados y se sienten más cómodos al explorar lo desconocido armados solo con su intuición: «El proceso de probar algo tiene cierta similitud con el proceso de escribir comedia, ya que no existe garantía alguna de que vayas a llegar a un final concreto. Cuando intentas pensar en una broma sacándola de la nada (y que también trate de un cierto tema o cuente una historia determinada), no tienes ninguna garantía de que exista una broma que cumpla todos los requisitos que necesitas… y eso es divertido. De la misma manera, si intentas probar algo matemáticamente, es posible que no exista ninguna prueba. Y a lo mejor no existe prueba alguna que pueda captar la mente de una persona. En ambos casos (encontrar una broma o probar un teorema) la intuición te dice si estás invirtiendo el tiempo en una zona provechosa o no».

Cohen añadió que la preparación matemática te ayuda dándote la resistencia necesaria para escribir un episodio de *Los Simpson*: «Suena divertido y fácil, pero tienes que machacarte mucho el cerebro. Intentamos contar una historia complicada en un tiempo breve, y debemos resolver un montón de problemas lógicos. Es como un enorme rompecabezas. Es difícil

que los demás comprendan el dolor y sufrimiento que cuesta hacer esos programas, porque el producto final es muy rápido y ligero. Cualquier momento del proceso creativo puede ser divertido, sí, pero también extenuante».

Para obtener una perspectiva distinta, hablé a continuación con Matt Selman, que estudió lengua e historia antes de unirse al equipo de guionistas. Se identificaba a sí mismo como «el hombre que menos sabía de matemáticas». Cuando le pregunté por qué *Los Simpson* se había convertido en un imán para gente con inclinación hacia los polinomios, Selman estuvo de acuerdo con Cohen en que los guiones son, en esencia, un rompecabezas, y que los episodios complicados «son un auténtico dolor de cabeza». Según Selman, los guionistas matemáticos también tienen un rasgo particular: «A los guionistas de comedia nos gusta pensar que somos grandes observadores de la condición humana, y que comprendemos lo sublime, lo ridículo y todo lo que queda en medio. Si alguien quisiera menospreciar a los matemáticos podría decir que son fríos y sin corazón, y que no son capaces de hacer muchas bromas sobre lo que es amar y perder, pero no estoy de acuerdo. Sin embargo, hay una diferencia. Creo que la mente matemática se inclina a escribir bromas muy absurdas, porque en el corazón de las matemáticas se encuentra la lógica. Cuanto más aplicas la lógica, más divertido te resulta retorcerla y transformarla. Creo que la mente lógica encuentra mucho humor en lo ilógico».

Mike Reiss, que trabajó en el primer episodio de *Los Simpson*, está de acuerdo: «Hay muchas teorías erróneas sobre el humor. ¿Ha oído lo que opina Freud del humor? Está equivocado, totalmente equivocado. Sin embargo, yo me di cuenta de que había un montón de bromas estupendas que funcionaban con la base de la falsa lógica. Le daré un ejemplo. Un pato entra en una farmacia y dice: “Me gustaría comprar cacao para los labios, por favor”. Y el vendedor dice: “¿Y lo pagará en metálico?”, y el pato le contesta: “No, ponga el cacao en mi cuenta[6]”. Si fuera la incongruencia lo único que nutre la comedia, entonces sería divertido que un pato entrase en una farmacia. Pero lo que une los distintos elementos de esta historia absurda no es la incongruencia, sino el hecho de que todo tiene una falsa lógica».

Aunque los guionistas me ofrecieron diversas explicaciones de por qué las mentes matemáticas tienden a escribir comedia, sigue habiendo una pregunta importante: ¿por qué todos los matemáticos han acabado trabajando en *Los Simpson*, en lugar de hacerlo en *30 Rock* o *Modern Family*?

Al Jean tiene una posible explicación, que surgió cuando recordaba sus años de adolescente y su relación con los laboratorios: «Yo odiaba la ciencia experimental porque era terrible en el laboratorio, y no conseguía obtener los resultados correctos. Las matemáticas eran muy distintas». En otras palabras, los científicos tienen que lidiar con la realidad y todas sus imperfecciones y exigencias, mientras que los matemáticos practican su arte en un mundo ideal y abstracto. Los matemáticos, como Jean, tienen sobre todo un gran deseo de mantener el control, mientras que los científicos disfrutan luchando contra la realidad.

Según Jean, la diferencia entre matemáticos y otros científicos tiene un paralelo en la diferencia entre escribir para una comedia en vivo y para una serie de dibujos animados: «Creo que la televisión en vivo es como la ciencia experimental, porque los actores hacen lo que quieren, y tienes que apechugar con sus tomas. Por el contrario, la animación es mucho más como las matemáticas, porque tienes un control auténtico sobre cualquier matiz de la frase, su pronunciación, y así sucesivamente. Podemos controlarlo todo de verdad. La animación es un universo matemático».



Algunas de las bromas favoritas de Mike Reiss se apoyan en las matemáticas. «Me gustan esas bromas. Las disfruto. Pienso en ese chiste tan bueno que oí cuando era niño. Son unos tipos que compran un camión de sandías a un dólar cada una, y luego van por toda la ciudad vendiéndolas por un dólar cada una. Al final del día no tienen dinero y uno de los tipos le dice al otro: “Teníamos que haber comprado un camión más grande”[7]».

Este apunte de Reiss forma parte de una larga tradición de bromas matemáticas, que van desde las chanzas más triviales a narraciones muy elaboradas. A la mayoría de la gente este tipo de chistes le parecen raros, y

realmente no es el típico material que se podría oír en el repertorio de un «club de la comedia» cualquiera, pero sí que forman parte de la cultura de las matemáticas.

La primera vez que encontré una broma matemática sofisticada fue de adolescente, mientras leía *Conceptos de matemáticas modernas* de Ian Stewart:

> Un astrónomo, un físico y un matemático (según se cuenta) estaban pasando sus vacaciones en Escocia. Mirando por la ventanilla de un tren, observaron una oveja negra que estaba en medio de un campo.
>
> —¡Qué interesante —observó el astrónomo—, todas las ovejas escocesas son negras!
>
> A lo cual le respondió el físico:
>
> —¡No, no! ¡«Algunas ovejas» escocesas son negras!
>
> El matemático miró al cielo con aire suplicante, y luego exclamó:
>
> —En Escocia existe al menos un campo, que contiene al menos una oveja, *de la cual al menos un lado es negro*.

Almacené ese chiste en mi memoria durante los diecisiete años siguientes y luego lo incluí en mi primer libro, que trataba de la historia y pruebas del último teorema de Fermat. El chiste era una ilustración perfecta de la naturaleza rigurosa de las matemáticas. En realidad me gustaba tanto el chiste que a menudo contaba lo de la oveja negra cuando daba alguna conferencia, y después, alguien del público a veces se acercaba a mí y me contaba los chistes que sabía sobre π, el infinito, los grupos abelianos y el lema de Zorn.

Sintiendo curiosidad por ver qué otras cosas podían hacer reír a mis compañeros *geeks*, le pedí a la gente que me contara sus bromas matemáticas favoritas por correo electrónico, y durante los últimos diez años he recibido un flujo constante de aportaciones jocosas de naturaleza *nerd*, que van desde chistes malísimos a anécdotas muy jugosas. Una de mis favoritas es una historia que contó originalmente el historiador de las matemáticas Howard Eves (1911-2004). El relato concierne al matemático Norbert Wiener, que fue pionero de la cibernética.

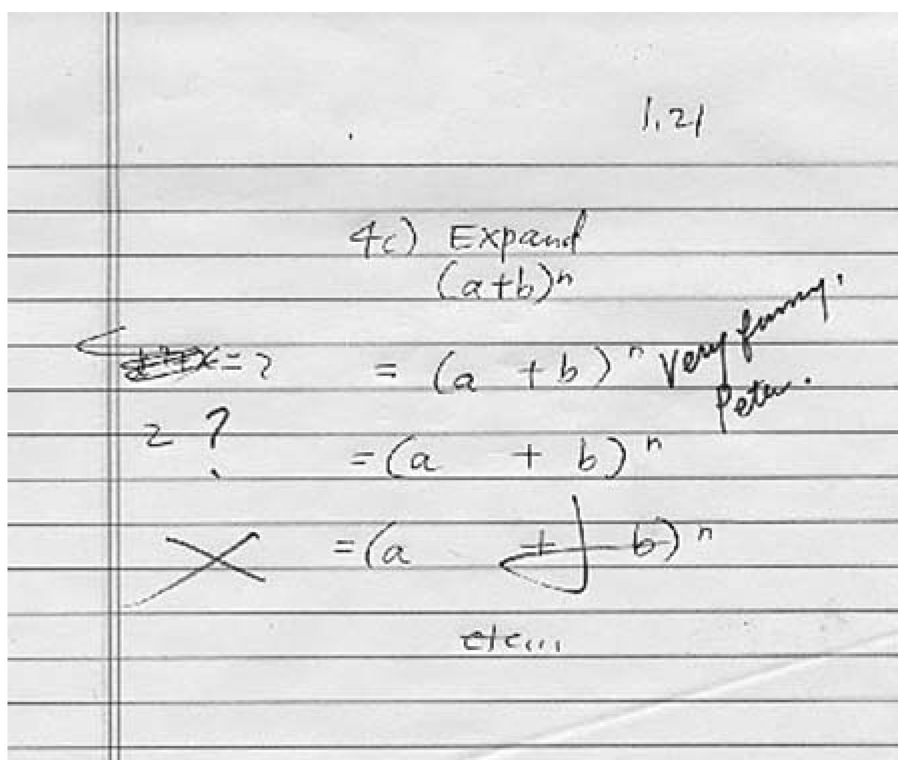
> Cuando [él] y su familia se trasladaron a una casa nueva a unas cuantas manzanas de distancia, su mujer le dio instrucciones escritas de cómo llegar hasta allí, porque sabía que era muy distraído. Pero cuando él salió de su despacho, al acabar la jornada, no recordaba dónde había dejado la nota, y no recordaba tampoco dónde estaba la casa nueva. Así que fue en coche recorriendo su antiguo barrio. Vio a una niña pequeña y le preguntó: «Pequeña, ¿puedes decirme adónde se han trasladado los Wiener», y la niña le respondió: «Sí, papá. Mamá me ha dicho que probablemente estarías por aquí, así que me ha enviado a que te enseñe el camino a casa».

Sin embargo, las anécdotas sobre famosos matemáticos y bromas que se apoyan en las características estereotipadas de los matemáticos ofrecen solo una imagen limitada de la naturaleza de las matemáticas. También pueden llegar a ser repetitivas, como señala muy bien esta conocida parodia:

> Un ingeniero, un físico y un matemático se encuentran en un chiste, en realidad un chiste bastante similar a muchas de las que sin duda habrán oído hablar. Al cabo de algunas observaciones y cálculos aproximados, el ingeniero se da cuenta de la situación y se echa a reír. Unos minutos más tarde, el físico la comprende también y se ríe, feliz, porque ahora tiene las pruebas experimentales necesarias para publicar un artículo. Esto deja al matemático algo perplejo, ya que ha observado claramente que él era el sujeto de un chiste, y ha deducido con toda rapidez la presencia de humor partiendo de chistes similares, pero considera que este chiste tiene un corolario demasiado trivial para que resulte significativa, y no digamos ya divertida.

Por el contrario, hay muchos chistes en los cuales el humor se encuentra en el propio lenguaje y las herramientas matemáticas. Por ejemplo, aquí tenemos un chiste muy conocido que al parecer creó durante un examen un travieso estudiante llamado Peter White, de Norwich, Inglaterra. Se pedía a los estudiantes que realizaran el desarrollo (*expand* en inglés, que es

también «expandir») del paréntesis $(a + b)^n$. Si no se han encontrado este tipo de preguntas previamente, entonces tienen que saber que concierne al teorema de los binomios, y que la respuesta correcta tendría que haber explicado que el término r del desarrollo tiene el coeficiente $n!/[(r - 1)!(n - r + 1)!]$. Es una respuesta bastante técnica, pero Peter hizo una interpretación radicalmente distinta de la cuestión y obtuvo una solución inspirada:



La respuesta imaginativa de Peter me dejó pensativo. Crear una broma matemática requiere comprender las matemáticas, y apreciar la broma requiere un nivel similar de comprensión. De modo que las bromas matemáticas prueban tus conocimientos matemáticos.

Teniendo presente todo esto, he recogido las mejores bromas matemáticas, las he clasificado según su grado de dificultad y las he dividido en cinco exámenes distribuidos a lo largo del resto de este libro. Mientras ustedes continúan explorando el humor matemático que aparece en *Los Simpson*, irán encontrando estas pruebas, cada vez más difíciles. Su tarea es leer las bromas y ver si alguna les hace reír (o gemir), cosa que les

ayudará a comprobar cómo se están desarrollando sus conocimientos matemáticos y su sentido del humor.

Puede dar la vuelta al primer examen… ¡ya!

Buena suerte.

EXAMEN DE ARITMÉTIJA-JA
Y GEOMET-RÍA

PRUEBA EN CINCO PARTES DE HUMOR Y MATEMÁTICAS

El examen está dividido en cinco partes distintas.

La primera parte es un examen elemental que consiste en unas bromas sencillas[8].

Las partes siguientes son cada vez más difíciles.

Puntúese usted mismo según el número de risas o gemidos que lance.

Si se ríe (o gime) lo bastante para puntuar más del 50 por 100, habrá pasado esta parte concreta del examen.

EXAMEN I

NIVEL ELEMENTAL

Broma 1

Pregunta: ¿Qué le dijo el número 0 al número 8?
Respuesta: ¡Bonito cinturón!

Broma 2

A: ¿Qué le dijo un número 3 a un número 30?
B: Para ser como yo, tienes que ser sincero.

Broma 3

En la pizzería
—La pizza, ¿la quiere cortada en 6 o en 8 trozos?
—En 6, que con 8 no podré…

Broma 4

A: ¿Qué le dice la curva a la tangente?
B: ¡No me toques!

Broma 5

—¡Papá, papá!, ¿me haces el problema de matemáticas?
—No, hijo, no estaría bien.
—Bueno, inténtalo de todas formas.

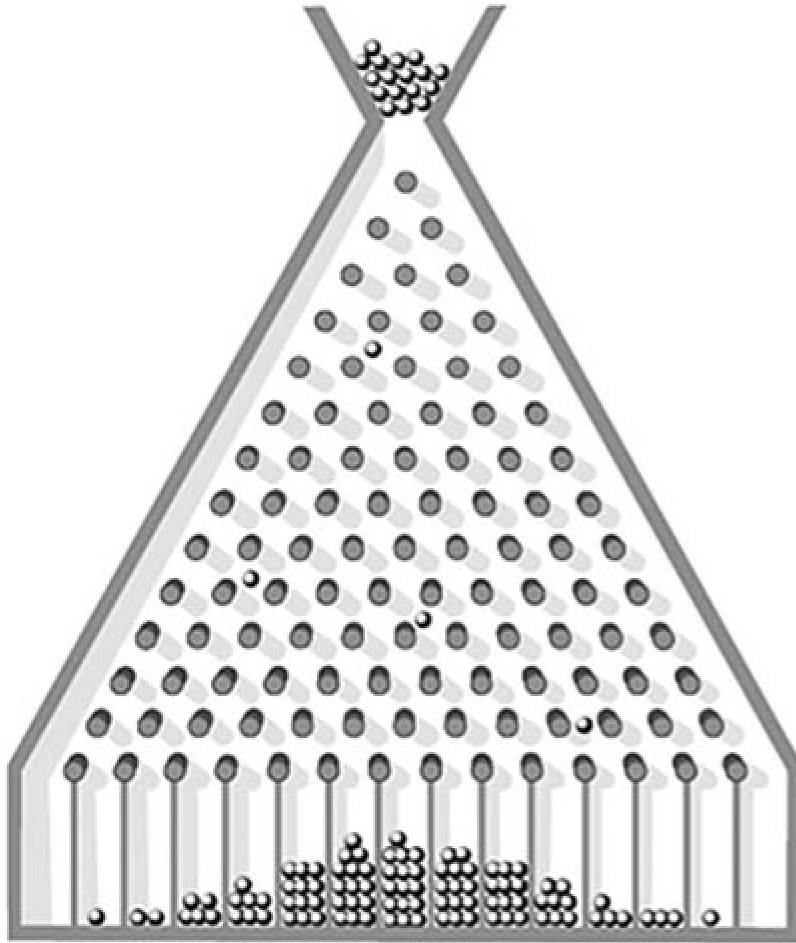
CAPÍTULO 5

SEIS GRADOS DE SEPARACIÓN



Mientras visitaba Los Ángeles, en octubre de 2012, tuve la suerte de poder asistir a la lectura de un episodio de próxima aparición de *Los Simpson* titulado «Four regrettings and a funeral» («Cuatro lamentos y un funeral»). Los actores leían todo el episodio para poder resolver cualquier problema antes de que el guión estuviese terminado, en preparación de la animación. Era curioso ver a Yeardley Smith ya mayorcita hablando con la voz de Lisa. Del mismo modo, experimenté disonancias cognitivas extremas cuando oí las voces de Homer, Marge y Moe Szyslak, cuyos tonos y dicción nos son tan familiares después de años de ver *Los Simpson*, surgir de las formas muy humanas de Dan Castellaneta, Julie Kavner y Hank Azaria.

Aunque hay muchas cosas de interés en «Cuatro lamentos y un funeral», desgraciadamente carece de referencias matemáticas. Sin embargo, aquel mismo día me entregaron un guión preliminar de otro episodio que se emitirá próximamente, «The Saga of Carl» («La saga de Carl»), que contenía una escena entera dedicada a las matemáticas de la probabilidad.



El tablero de Galton recibe ese nombre por su inventor inglés, el erudito Francis Galton (1822-1911). Las bolas caen por arriba, rebotan en los clavos y caen hacia abajo, donde forman una distribución llamada binomial. En «La saga de Carl» aparece una versión de este experimento clásico de probabilidad.

En «La saga de Carl» Marge aparta a su familia del televisor y los lleva de excursión educativa a la Sala de la Probabilidad del Museo de Ciencias de Springfield. Allí ven un vídeo presentado por un actor que representa el papel de Blaise Pascal (1623-1662), el padre de la teoría de la probabilidad, y también ven una demostración experimental de la teoría de la probabilidad conocida como el *tablero de Galton*. Se trata de una serie de canicas que ruedan por una pendiente y rebotan en unos clavos. En cada clavo, las canicas rebotan al azar a la izquierda o la derecha, van a parar a la siguiente hilera de clavos y se encuentran con la misma situación. Las

canicas acaban recogidas al final en una serie de ranuras, y forman una distribución en campana.

Habiendo leído solo el guión, me resulta imposible saber cómo aparecerá el tablero de Galton en la pantalla. Lo único de lo que puedo estar seguro es de que la distribución en forma de campana será precisa matemáticamente, porque uno de los guionistas me explicó que la naturaleza exacta de la distribución de las canicas había dominado una de las sesiones de reescritura del guión. Según Jeff Westbrook, él y un par de matemáticos más del equipo de guionistas discutían qué ecuación de probabilidades describe correctamente la distribución de las canicas, mientras los otros guionistas permanecían en silencio. «Discutíamos sobre si debía ser de Gauss o de Poisson», recuerda Westbrook. «Al final decidí que todo depende de qué modelo tomases, pero que esencialmente se trata de la distribución binomial. Todos los demás parecían muy aburridos y miraban al techo».

Westbrook se especializó en física en Harvard, y luego hizo un doctorado muy matemático en informática en la Universidad de Princeton. Su tutor era Robert Tarjan, un informático de fama mundial que en 1986 ganó el premio Turing, conocido como el premio Nobel de la informática. Después de acabar su doctorado, Westbrook pasó cinco años como profesor adjunto de la Universidad de Yale, y luego entró en los Laboratorios AT&T Bell. Sin embargo, a Westbrook le encantaba la comedia y las bromas tanto como la estadística y la geometría, de modo que acabó dejando la investigación y se dirigió al oeste, a Los Ángeles.

Su madre, que siempre había apoyado su ambición de hacerse investigador, al principio consideró que dedicarse a escribir comedia era «un auténtico crimen». Westbrook piensa que su padre, que es matemático, tenía similares reservas, pero era demasiado educado para manifestarlas en voz alta. Sus colegas investigadores se mostraron también muy poco comprensivos. Westbrook recuerda todavía las últimas palabras que le dijo su jefe cuando dejó el Laboratorio AT&T Bell: «Bueno, comprendo por qué está haciendo esto. Espero que fracase, porque me gustaría que volviera a trabajar aquí».

Después de conocer su historial académico, yo me preguntaba si Westbrook sería el más cualificado matemáticamente de todos los guionistas de *Los Simpson*. Ciertamente, era el que más alto había subido en la escala académica, pero quizá otros hubiesen escrito más trabajos de investigación, o colaborado con una gama más amplia de matemáticos. Buscando una forma de medir la excelencia matemática, comprobé que una de las posibilidades es aplicar una técnica basada en la teoría de los *seis grados de separación*.

Esa teoría dice que todas las personas del mundo están unidas con todas las demás por un máximo de solo seis relaciones. Por ejemplo, probablemente yo conozco a alguien, que conoce a alguien, que conoce a alguien, que conoce a alguien, que conoce a alguien que le conoce a usted. Esa es la versión más general y conocida de los seis grados de separación, pero la técnica se puede adaptar a comunidades específicas como los matemáticos. De ahí que se pueda usar la teoría de los seis grados de separación para identificar quién está bien conectado en el mundo de las matemáticas y quién tiene, por tanto, las mejores credenciales. No es una medida perfecta, pero puede ofrecer algunos datos interesantes.

La versión matemática de los seis grados de separación se llama *seis grados de Paul Erdős*, por el matemático Paul Erdős (1913-1996). El objetivo es encontrar una conexión entre cualquier matemático dado y Erdős, y los matemáticos con conexiones más íntimas se colocan más alto que los que tienen conexiones más débiles. Pero ¿por qué se considera a Erdős en el centro del universo matemático?

Erdős se encuentra en esa posición porque fue el matemático más prolífico del siglo XX. Publicó 1525 artículos de investigación, que escribió junto con 511 coautores. Este logro increíble lo consiguió Erdős por su estrafalario estilo de vida, que suponía viajar de un campus a otro, relacionarse con matemáticos distintos cada pocas semanas y escribir artículos con todos ellos. A lo largo de su vida llegó a ser capaz de meter todas sus pertenencias en una sola maleta, cosa muy conveniente para un matemático nómada que estaba constantemente de viaje, en busca de los problemas más interesantes y las colaboraciones más fructíferas. Alimentaba su cerebro con café y anfetaminas, para maximizar su

rendimiento matemático, y a menudo repetía una idea que planteó por primera vez su colega Alfréd Rényi: «un matemático es una máquina de convertir café en teoremas».

En los seis grados de Paul Erdős, las conexiones se establecen a través de los artículos publicados conjuntamente; en concreto, trabajos de investigación matemática. Cualquiera que haya sido coautor directamente con Erdős se dice que tiene un *número Erdős* de 1. De modo similar, matemáticos que han escrito conjuntamente un artículo con alguien que fue coautor con Erdős tendrían un número Erdős de 2, y así sucesivamente. A través de un vínculo u otro, Erdős se puede relacionar con casi todos los matemáticos del mundo, sea cual sea su campo de investigación.

Tomemos a Grace Hopper (1906-1992), por ejemplo. Ella fue la que construyó el primer compilador para un lenguaje de programación de ordenadores, inspiró el desarrollo del lenguaje de programación COBOL y popularizó el término *bug* para describir un defecto en un ordenador, después de encontrar una polilla atrapada en el ordenador Mark II en la Universidad de Harvard. Hopper hizo gran parte de su labor matemática en la industria o como miembro de la Marina de Estados Unidos. «Amazing» Grace Hopper al final fue nombrada contraalmirante, y ahora hay un destructor por ahí llamado el USS *Hopper*. En resumen, las matemáticas de Hopper, prácticas y aplicadas, dadas a la tecnología, industriales y militares, eran completamente distintas de la devoción purista de Erdős a los números, pero Hopper tiene un número Erdős de solamente 4. Y eso se debe a que publicó artículos con el director de su tesis doctoral, Øystein Ore, entre cuyos estudiantes se encontraba el eminente teórico de grupos Marshal Hall, que publicó un artículo en coautoría con el distinguido matemático británico Harold R. Davenport, que a su vez había publicado con Erdős.

¿Qué tal le iba a Jeff Westbrook, pues, en términos de número Erdős? Westbrook empezó a publicar trabajos de investigación mientras hacía el doctorado en informática en la Universidad de Princeton. Además de redactar su tesis doctoral en 1989, titulada «Algoritmos y estructuras de datos para algoritmos gráficos dinámicos», publicó en coautoría algunos artículos con su director de tesis, Robert Tarjan. A su vez Tarjan había

publicado con Maria Klawe, que colaboró con Paul Erdős. Esto le da a Westbrook un respetable número Erdős de 3.

Sin embargo, no es el ganador indiscutible entre los guionistas de *Los Simpson*. David S. Cohen publicó un artículo con Manuel Blum, que también ganó el premio Turing y que a su vez publicó un artículo con Noga Alon, de la Universidad de Tel Aviv, que había publicado varios artículos con Erdős. De ahí que Cohen también pueda reclamar un número Erdős de 3.

Para romper el empate entre Cohen y Westbrook, decidí explorar otra faceta de un guionista de éxito en *Los Simpson*, es decir, estar bien relacionado con la industria del entretenimiento en Hollywood. Para medir dónde se encuentra una persona en la jerarquía hollywoodense se puede emplear otra versión de los seis grados de separación conocida como los *seis grados de Kevin Bacon*. El desafío es encontrar un *número Bacon* individual que te una a Kevin Bacon a través de películas. Por ejemplo, Sylvester Stallone tiene un Bacon número 2, porque apareció en *Your Studio and You* (1995) con Demi Moore, y ella estuvo en *Algunos hombres buenos* (1992) con Kevin Bacon.

¿Qué miembro del equipo de guionistas de *Los Simpson* tiene el número Bacon más bajo, y por tanto las mejores credenciales hollywoodienses? Ese honor corresponde al sorprendente Jeff Westbrook. Se inició como actor en la aventura naval *Master and Commander*: *al otro lado del mundo* (2003). Mientras la película estaba en producción, el director pidió en un anuncio marineros expertos de origen anglo-irlandés para tripular los buques, y Westbrook se ofreció porque era buen marinero y además cumplía los requisitos étnicos. Como resultado, se le dio un pequeño papel en la película junto al actor protagonista, Russell Crowe. Crowe es importante, porque estuvo en *Rápida y mortal* (1995) con Gary Sinise, que fue coprotagonista con Bacon en *Apolo 13* (1995). Por lo tanto, Westbrook tiene un número Bacon de 3, cosa que le pone justo detrás de Stallone. En resumen, tiene unas credenciales hollywoodienses impresionantes.

De modo que Westbrook tiene tanto un número Bacon 3 como un número Erdős 3. Se pueden combinar ambos números en un supuesto número *Erdős-Bacon* de 6, que indica la capacidad de conexión global de

Westbrook en los mundos de Hollywood y de las matemáticas. Aunque todavía no hemos hablado de los números Erdős-Bacon del resto del equipo de guionistas de *Los Simpson*, ya les confirmo que ninguno de ellos puede derrotar a Westbrook. En otras palabras, de todo el grupo de *nerds* hollywoodienses, Westbrook es el más hollywoodiense y el más *nerd*[9].

Me enteré de la existencia de los números Erdős-Bacon gracias a Dave Bayer, matemático de la Universidad de Columbia. Bayer fue consultor de la película *Una mente maravillosa*, basada en la aclamada biografía de Sylvia Nasar del matemático John Nash, que ganó el premio Nobel de Ciencias Económicas en 1994. Entre las responsabilidades de Bayer estaban comprobar las ecuaciones que aparecían en pantalla y actuar como doble de mano de Russell Crowe en las escenas de pizarra. Bayer también obtuvo un pequeño papel al final de la película, cuando los profesores de matemáticas de Princeton ofrecen sus plumas estilográficas a Nash para reconocer sus grandes descubrimientos. Bayer, orgulloso, explicaba: «En mi escena, conocida como la Ceremonia de la Pluma, dije: “Es un privilegio, profesor”. Soy el tercer profesor que le entrega la pluma a Russell Crowe». De modo que Bayer actuó en *Una mente maravillosa* junto a Rance Howard. A su vez, Rance Howard estaba en *Apolo 13* con Kevin Bacon, de modo que Bayer tiene un número Bacon de 2.

Como matemático muy respetado, no es ninguna sorpresa que Bayer tenga un número Erdős de 2, lo cual le da un ErdősBacon combinado de solo 4. Cuando se estrenó *Una mente maravillosa* en 2001, Bayer decía que tenía el número Erdős-Bacon más bajo del mundo.

Más recientemente, Bruce Reznick, matemático de la Universidad de Illinois, ha asegurado que tiene un número ErdősBacon más bajo todavía. Fue coautor de un artículo con Erdős llamado «La conducta asintomática de una familia de secuencias», con lo cual su número Erdős es 1. También resulta impresionante el hecho de que tuviera un pequeñísimo papel en *Querido profesor*, una película de 1971 escrita y producida por Gene Roddenberry, legendario creador de *Star Trek*. Esta película de crímenes adolescentes, que cuenta la historia de un asesino en serie que caza a sus víctimas en el instituto Oceanfront, incluye en su reparto a Roddy McDowall, que actuó en *The Big Picture* (1989), con Kevin Bacon. Esto da

a Reznick un número Bacon de 2, lo cual significa que tiene un número Erdős-Bacon increíblemente bajo de 3.

Hasta el momento, el récord de números Erdős-Bacon más bajos lo han reclamado matemáticos que se aventuraban en el mundo de la interpretación, pero algunos actores se han asomado también al mundo de la investigación y por tanto han conseguido respetables números Erdős-Bacon. Uno de los más famosos es Colin Firth, cuyo camino hacia el Erdős empezó cuando fue editor invitado en el programa de Radio 4 de la BBC *Today*. En un espacio de ese programa, Firth pidió a los neurocientíficos Geraint Rees y Ryota Kanai que llevasen a cabo un experimento para observar las correlaciones entre la estructura cerebral y las opiniones políticas. Esto llevó a posteriores investigaciones, y a su debido tiempo, los neurocientíficos invitaron a Firth a unirse a ellos como coautor de un artículo titulado «Las orientaciones políticas están relacionadas con la estructura cerebral en los adultos jóvenes». Aunque Rees es neurocientífico, tiene un número Erdős de 5, porque una serie de complicadas colaboraciones le acaban relacionando con el mundo de las matemáticas. Habiendo publicado con Rees, Firth puede reclamar un número Erdős de 6. También tiene un número Bacon de 1, porque trabajó con Bacon en *Where the Truth Lies* (2005). Así que Firth tiene un número Erdős-Bacon de 7, excelente, pero muy lejos del récord de Reznick.

Del mismo modo, Natalie Portman también tiene un número Erdős-Bacon. Mientras estudiaba en la Universidad de Harvard llevó a cabo una investigación que la convirtió en coautora de un artículo titulado «Activación del lóbulo frontal durante la permanencia del objeto: datos de espectroscopia casiinfrarrojos». Sin embargo, no se identifica como Natalie Portman en ninguna base de datos de investigaciones, porque publicó bajo su nombre real, Natalie Hershlag. Uno de los otros coautores era Abigail A. Baird, que tiene un vínculo con la investigación matemática, que da como resultado que tiene un número Erdős de 4. Eso significa que Portman tiene un número Erdős de 5. Su número Bacon procede de la dirección, por uno de los fragmentos de la antología *Nueva York, te amo* (2009). Algunas versiones de la película contienen un fragmento en el que aparece Kevin Bacon, de modo que técnicamente Portman tiene un número Bacon de 1.

Por tanto, su número Erdős-Bacon es de 6, lo bastante bajo para derrotar a Firth, pero no lo suficientemente alto como para amenazar de manera seria el récord de Reznick.

¿Y qué ocurre con Paul Erdős? Sorprendentemente, tiene un número Bacon de 4, porque apareció en *N is a Number* (1993), un documental sobre su vida en el que también aparecía Tomasz Luczak, que estuvo en *El molino y la cruz* (2011) con Rutger Hauer, que estuvo también en *Peligrosamente unidos* (1991) con Preston Maybank, que estuvo a su vez en *Sonrisa peligrosa* (2001) con Kevin Bacon. Su número Erdős, evidentemente, es 0, de modo que tiene un número Erdős-Bacon combinado de 4… no lo suficiente para batir a Reznick.

Y finalmente, ¿qué hay del número Erdős-Bacon del propio Kevin Bacon? Bacon, por supuesto, tiene un número Bacon de 0. Y todavía no tiene número Erdős. Podría aficionarse a la teoría de los números y colaborar en un artículo de investigación con alguien que ya tuviera un número Erdős de 1. Esto le daría el bajísimo e imbatible número Erdős-Bacon de 2.

CAPÍTULO 6

LISA SIMPSON, REINA DE LAS MATES Y LOS BATES



Cuando *Los Simpson* hicieron su debut televisivo como parte de *El show de Tracey Ullman*, sus personalidades individuales no estaban todavía tan definidas como lo están hoy. En realidad, cuando Nancy Cartwright, la voz de Bart Simpson, escribió un libro de memorias titulado *My Life as a Ten-Year-Old Boy* («Mi vida como chico de diez años»), subrayó un fallo importante en el carácter de Lisa: «Era simplemente una niña dibujada de ocho años que no tenía personalidad».

La descripción es dura, pero justa. Si Lisa tuvo alguna personalidad en esas apariciones tempranas, fue simplemente como aguada versión femenina de Bart; un poco menos traviesa, aburrida y siempre con libros. Lisa ni siquiera pensaba en el paraíso *nerd*.

Sin embargo, a medida que se aproximaba el lanzamiento de *Los Simpson* como serie independiente, Matt Groening y su equipo de escritores hicieron un esfuerzo conjunto para dotar a Lisa de una identidad propia. Su cerebro fue reconfigurado, y se reencarnó como potencia intelectual, dotada además de compasión y responsabilidad social. Cartwright resumió muy bien la personalidad de su hermana de ficción reformada: «Lisa Simpson es el tipo de niña que no solo queremos que sean nuestros hijos, sino *todos* los niños».

Aunque Lisa es una niña estudiosa y con múltiples talentos al estilo renacentista, el director Skinner reconoce su talento especial para las matemáticas en «La casa-árbol del terror X» (1999). Después de que una enorme pila de bancos caiga sobre Lisa, exclama: «¡Se acabó Lisa… y con ella las esperanzas para el campeonato de mate-atletismo!».

Vemos en acción ese don para las matemáticas en «El club de los “patteos” muertos» (1990), un episodio en el que Homer y Bart desafían a Ned y Todd Flanders, sus santurrones vecinos, a un torneo de minigolf. En la concentración previa a la gran partida, Bart intenta mejorar su técnica de *putting*, de modo que se dirige a Lisa para que le aconseje. Ella tendría que haber sugerido a Bart que cambiase la forma de empuñar el palo, porque es zurdo, y a lo largo de todo el episodio adopta la postura de un diestro. Por el contrario, Lisa se concentra en la geometría como clave para el *putting*, porque usa esa parte de las matemáticas para calcular la trayectoria ideal de la bola y garantiza a Bart un hoyo en uno en cada ocasión. En una sesión práctica, enseña a Bart a hacer rebotar la pelota en cinco paredes y meterla en el hoyo, y Bart acaba diciendo: «No puedo creerlo, ¡le has encontrado una utilidad práctica a la geometría!».

Es una broma, claro, pero los guionistas usan el personaje de Lisa para explorar ideas matemáticas más profundas en «EstadisticBart» (2010). En la primera escena de este episodio, la glamurosa Dahlia Brinkley vuelve a la Escuela Primaria de Springfield tras ser la única estudiante que ha conseguido asistir a una universidad de la Ivy League (de élite). No resulta sorprendente que el director Skinner y el superintendente Chalmers intenten congraciarse con la señorita Brinkley, igual que algunos de los estudiantes, incluyendo al ignorante de Nelson Muntz, que intenta impresionar a la alumna de más éxito de Springfield fingiendo ser amigo de Lisa. Simulando que le interesan las aptitudes matemáticas de Lisa, la anima a demostrar sus habilidades a la señorita Brinkley:

NELSON:

Hace operaciones de mates de las que tienen letras. ¡Mira! ¿Qué es *x*, Lisa?

LISA:

Bueno, depende.

NELSON:

Lo siento. Ayer lo supo.

Durante este encuentro, Dahlia le explica a Lisa que los resultados en los exámenes no bastan para acceder a las mejores universidades, y que su propio éxito se debe a una amplia gama de actividades extracurriculares mientras estaba en la Escuela Primaria de Springfield. Lisa le menciona que es tesorera del club de jazz, y que ha puesto en marcha la asociación de reciclaje del colegio, pero Dahlia no se deja impresionar: «¡Eso es una simple apuesta, no una confirmación de matrícula en una universidad de la Ivy League!».

Mientras tanto, el equipo de béisbol de la Liga Pequeña de Bart, los Isotopeques, ha perdido a su entrenador, de modo que Lisa aprovecha la oportunidad para mejorar sus credenciales para la Ivy League y se hace cargo. Aunque ha conseguido una nueva actividad extracurricular, se da cuenta de que no sabe ni una palabra de béisbol, de modo que se dirige a la taberna de Moe para pedirle consejo a Homer. En lugar de hablarle de su propia experiencia, la respuesta de Homer es encaminar a su hija hacia un increíble cuarteto de empollones que están en un rincón. Para sorpresa de Lisa, Benjamin, Doug y Gary de la Universidad de Springfield tienen una intensa discusión sobre los puntos más importantes del béisbol con el profesor Frink. Cuando Lisa pregunta por qué están hablando de deportes, Frink le explica que «el béisbol lo juegan los habilidosos, pero solo lo comprenden los poindextrosos[10]».

En otras palabras, Frink le está diciendo que la única forma de comprender el béisbol es a través del profundo análisis matemático. Tiende a Lisa una pila de libros para que se los lleve y los estudie. Cuando Lisa se va, Moe se acerca a los empollones y se queja del hecho de que no estén bebiendo cervezas: «Ah, ¿por qué no anunciaría mis especialidades en bebidas en *Scientific American*?».

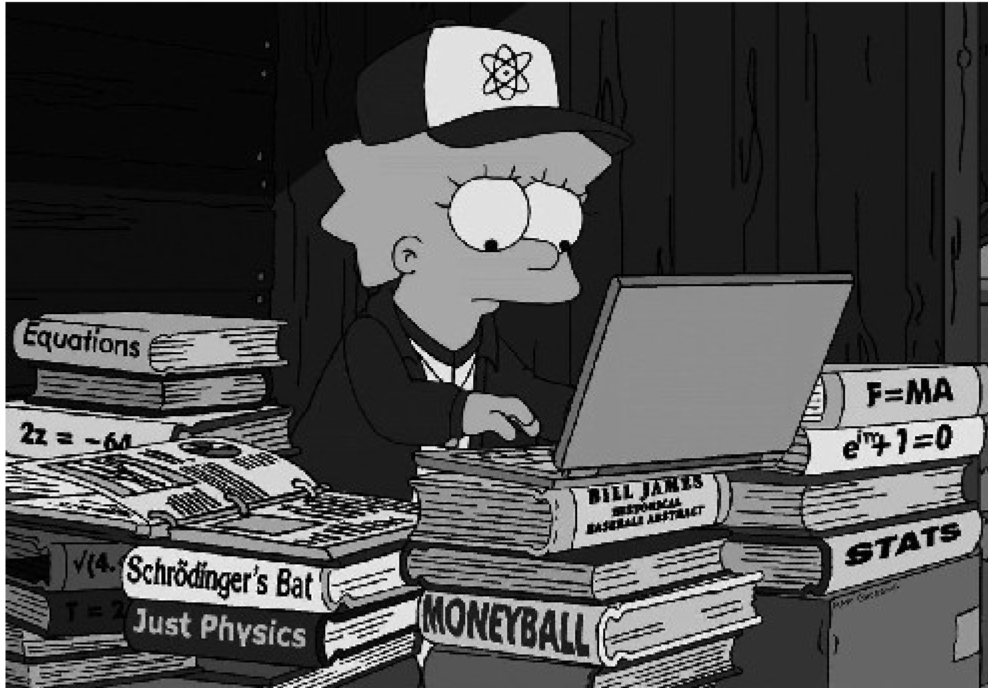
Lisa sigue el consejo de Frink. En realidad, un reportero la ve leyendo muchos libros técnicos inmediatamente antes de su primer juego a cargo de los Isotopeques. Esta imagen extraordinaria le hace exclamar: «No había visto tantos libros en un banquillo desde que Albert Einstein hizo piragüismo».

Los libros de Lisa tienen títulos como $e^{i\pi} + 1 = 0$, *F = MA*, y *El bate de Schrödinger*. Aunque esos títulos son ficticios, el libro que tiene Lisa

debajo del ordenador portátil es *The Bill James Historical Baseball Abstract*, que es un catálogo real de las estadísticas más importantes de béisbol, compiladas por uno de los pensadores más profundos sobre béisbol.

Bill James ha llegado a ser reverenciado tanto en el mundo del béisbol como de la estadística, pero su investigación en esas áreas no empezó dentro del mundo de los deportes, ni en la torre de marfil de las academias. Por el contrario, sus mejores ideas se le ocurrieron durante las largas y solitarias noches como vigilante en una fábrica de envasado de judías con tocino propiedad de Stokely Van Camp, una de las empresas más venerables de comida enlatada de Estados Unidos.

Mientras protegía los suministros nacionales de judías con tocino, James buscaba la verdad que se le había escapado a la generación anterior de aficionados al béisbol. Poco a poco fue llegando a la conclusión de que la estadística que se usaba para calcular la fuerza de los jugadores individuales de béisbol a menudo era inadecuada, a veces se comprendía mal, y lo peor de todo, podía inducir a error. Por ejemplo, lo principal a la hora de calcular la actuación de un «jardinero» (*fielder*) era el número de errores cometidos: cuantos menos errores, mejor era el jardinero. Eso parecía bastante obvio, pero James tenía sus dudas de la validez de la estadística de errores.



5. Lisa rodeada de libros, incluyendo *The Bill James Historical Baseball Abstract*.

Para comprender la preocupación de James, imaginemos que el bateador ha golpeado una pelota y la ha lanzado lejos de cualquier jardinero. Un jardinero veloz corre cincuenta yardas y llega a la pelota justo a tiempo, pero esta se le escapa. Esto se considera un error. Más tarde en el juego, un jardinero lento se enfrenta a la misma escena, pero es incapaz de llegar ni siquiera a la mitad del lugar donde aterriza la pelota, y no tiene ni la menor esperanza de atraparla. Y lo curioso es que esto «no» se marcaba como error, porque el jardinero no había dejado caer la pelota.

Basándonos solo en esta información, ¿qué jugador preferirían ustedes tener en su equipo? La respuesta obvia es el jugador más rápido, porque la próxima vez quizá coja la pelota, mientras que el más lento siempre será demasiado lento para tener ninguna oportunidad de hacer algo útil, en esa situación.

Sin embargo, según la estadística de errores, el jugador más rápido cometió un error, mientras que el más lento no lo hizo. De modo que si tuviéramos que elegir a un jugador basándonos solo en la estadística de errores, elegiríamos el jugador equivocado. Estas situaciones estadísticas

eran las que mantenían despierto a James por la noche. Podían dar una falsa impresión de la actuación de un jugador.

Por supuesto, James no era la primera persona preocupada por el abuso y mal uso de las estadísticas. Mark Twain popularizó la frase: «Hay tres tipos de mentiras: las mentiras, la malditas mentiras y las estadísticas». De forma similar, el químico Fred Menger escribió: «Si tortura uno suficientemente a unos datos, acabarán confesando prácticamente cualquier cosa». Sin embargo, James estaba convencido de que las estadísticas podían ser una gran fuerza positiva. Solo tenía que identificar el conjunto de estadísticas adecuadas e interpretarlas correctamente, y creía que así conseguiría un conocimiento mucho más profundo de la verdadera naturaleza del béisbol.

Cada noche examinaba los datos, garabateaba algunas ecuaciones y probaba algunas hipótesis. Al final consiguió desarrollar un marco estadístico útil, y organizó sus teorías en un pequeño panfleto titulado: *1977 Baseball Abstract: Featuring 18 Categories of Statistical Information That You Just Can't Find Anywhere Else* («Resumen de béisbol, con 18 categorías de información estadística que no encontrará en ningún otro sitio»). Lo anunció en el *Sporting News* y vendió setenta y cinco ejemplares.

La secuela, *1978 Baseball Abstract*, contenía cuarenta mil estadísticas y tuvo más éxito, vendió doscientos cincuenta ejemplares. En su *1979 Baseball Abstract* James explicaba su motivación para publicar todas esas estadísticas: «Soy un mecánico de los números, voy toqueteando los datos de partidos de béisbol para ver cómo funciona la maquinaria del béisbol de ataque. Hago con los números lo mismo que un mecánico haría con una llave inglesa. Me planteo el juego, con las cosas que veo en él y lo que me dice la gente. Y me pregunto: ¿será verdad esto? ¿Se puede validar? ¿Se puede medir?».

MÁS OBSERVACIONES SOBRE EL
TURBIO MUNDO DE LAS ESTADÍSTICAS

«Usa las estadísticas como un borracho utiliza una farola: para apoyarse, más que para iluminarse».

ANDREW LANG

«Un 42,7 por 100 de las estadísticas se inventan sobre la marcha».

STEVEN WRIGHT

«Dar a un erudito un conocimiento reducido o muy superficial de la estadística es como poner una navaja en las manos de un bebé».

CARTER ALEXANDER

«Ahí tenemos al hombre que se ahogó cruzando un río cuyo promedio de profundidad eran quince centímetros».

W.I.E. GATES

«Siempre me ha parecido que las estadísticas son difíciles de tragar e imposibles de digerir. Lo único que recuerdo siempre es que si toda la gente que se duerme en la iglesia estuviera colocada codo a codo, estarían mucho más cómodos».

SEÑORA MARTHA TAFT

«El humano promedio tiene un pecho y un testículo».

DES MACHALE

Mientras se dirigían a un congreso a bordo de un tren, tres estadísticos se encontraron con tres biólogos. Los biólogos se quejaron por el coste del billete de tren, pero los estadísticos les revelaron un truco para ahorrar. En cuanto oían la voz del revisor, los estadísticos se metían en el lavabo. El inspector llamaba a la puerta del lavabo y gritaba: «¡Billetes, por favor!». Los estadísticos le pasaban un solo billete por debajo de la puerta, el revisor lo marcaba y se iba. Los biólogos se quedaron impresionados. Dos días después, en el tren de vuelta, los biólogos mostraron a los estadísticos que habían comprado un solo billete, pero los estadísticos replicaron: «Bueno, pues nosotros no tenemos ninguno». Antes de que pudieran hacerles alguna pregunta, se oyó la voz del revisor en la distancia. Esta vez fueron los biólogos los que se apiñaron en el lavabo. Uno de los estadísticos les siguió en secreto, llamó a la puerta del lavabo y pidió: «¡Billetes, por favor!». Los biólogos pasaron el billete por debajo de la puerta. El estadístico cogió el billete, corrió a otro lavabo con sus colegas, y esperó al revisor auténtico. La moraleja del cuento es sencilla: «No uses una técnica estadística que no comprendes».

ANÓNIMO

Año tras año, James presenció un creciente éxito de lectores de su *Baseball Abstract* a medida que empollones de ideas parecidas se daban cuenta de que habían descubierto a un gurú. El novelista y periodista Norman Mailer se convirtió en fan suyo, igual que el actor David Lander, fanático del béisbol, que interpretaba a Squiggy en el programa de

televisión *Laverne and Shirley*. Uno de los fans más jóvenes de James era Tim Long, que se uniría al equipo de guionistas de *Los Simpson*, escribiría el guión de «EstadisticBart» y colocaría un ejemplar de uno de los libros de James junto a Lisa Simpson.

Según Long, James era su héroe, de adolescente: «En el instituto me encantaba el cálculo, y era muy aficionado al béisbol. Sin embargo, el béisbol tal y como se manejaba entonces no era más que sabiduría popular, de modo que me gustaba la idea de que un tipo viniera a rebatir con los números toda aquella sabiduría popular. Era muy fan de Bill James cuando tenía catorce años».

Entre los seguidores más ávidos de James se encontraban matemáticos e informáticos, que no solo absorbían sus descubrimientos, sino que desarrollaban sus propios conocimientos. Pete Palmer, por ejemplo, era programador de ordenadores e ingeniero de sistemas en una base de radar de las islas Aleutianas, vigilando a los rusos. Era el equivalente de alta tecnología de ser el vigilante nocturno de una fábrica de judías con tocino, e igual que James, pensaba en las estadísticas del béisbol mientras trabajaba hasta altas horas de la noche. De hecho, siempre le había fascinado aquel tema, desde que era niño, cuando recopilaba obsesivamente datos de béisbol escribiéndolos con la máquina de escribir de su madre. Una de sus contribuciones más importantes fue desarrollar una nueva estadística conocida como el *promedio en base más slugging* (OPS por sus siglas en inglés), que incluía dos de las cualidades más deseables en un bateador, es decir, la habilidad para golpear una pelota y mandarla lejos, y el don menos glamuroso de ser capaz de llegar a la base.

Para que entiendan cómo usaba Palmer la matemáticas para analizar a los bateadores, aquí abajo incluimos la fórmula auténtica del OPS. El primer componente del OPS es el *promedio* de *slugging* (SLG), que es sencillamente el número total de bases de un jugador dividido por el número de turnos de bateo. El segundo componente es el *promedio en base* (OBP), que discutiremos más adelante, cuando volvamos a «EstadisticBart», porque Lisa Simpson se refiere al OBP cuando elige su equipo.

La fórmula para el OPS, tal y como se popularizó por primera vez en el libro *The Hidden Game of Baseball*, que escribió Palmer junto con el histórico del béisbol John Thorn. Por favor, no se sientan culpables si quieren saltarse este campo minado de matemáticas y jerga de béisbol.

$$OPS = SLG + OBP$$

$$SLG=\frac{TB}{AB} \qquad OBP=\frac{H + BB + HBP}{AB + BB + SF + HBP}$$

Por tanto,

$$OBP=\frac{TB \times (AB + BB + SF + HBP) + AB \times (H + BB + HBP)}{AB \times (AB + BB + SF + HBP)}$$

OPS = en base más *sluggins*
HBP = veces golpeado por un lanzamiento
OBP = promedio en base
AB = *at-bats* (turnos de bateo)
SLG = promedio de *sluggins*
SF = *fly* de sacrificio
H = *bits*
TB = total bases
BB = bases por bolas

Como Palmer y James, Richard Cramer era otro estadístico aficionado a tiempo parcial que usaba las matemáticas para explorar el béisbol. Como investigador de la compañía farmacéutica SmithKline, Cramer tenía acceso a unos ordenadores muy potentes, que se suponía que usaba para ayudar a desarrollar nuevas drogas. En lugar de hacerlo, Cramer dejaba los ordenadores funcionando toda la noche para que procesaran temas de béisbol. Por ejemplo, si los *clutch hitters* son un fenómeno real o no. Un *clutch hitter* es un jugador que tiene la habilidad especial de lucirse cuando su equipo está sometido a la máxima presión. Lo típico es que el *clutch hitter* haga una jugada espectacular cuando su equipo está a punto de perder, sobre todo en un partido decisivo. Comentaristas y expertos han jurado durante décadas que tales jugadores existen, pero Cramer decidió comprobarlo: ¿existían realmente los *clutch hitters*, o eran simplemente el resultado de una memoria selectiva?

Cramer ideó un sistema sencillo, elegante y puramente matemático. Mediría la actuación de los jugadores en partidos normales y en situaciones

de alta presión durante una temporada en particular. Cramer eligió la de 1969. Algunos jugadores brillaron en momentos clave, pero ¿se debía este hecho a algún superpoder innato que aparecía cuando estaban bajo presión, o era simple casualidad? El siguiente paso del análisis de Cramer fue realizar los mismos cálculos para la temporada de 1970; si el *clutch hitting* era una habilidad genuina que poseían algunos jugadores especiales, entonces los *clutch hitters* de 1969 serían los mismos que en 1970. Por otra parte, si era una casualidad, entonces los supuestos *clutch hitters* de 1969 serían reemplazados por otros nuevos en 1970. Los cálculos de Cramer demostraron que no existía relación significativa entre los dos grupos de *clutch hitters* a lo largo de las dos temporadas. En otras palabras, los supuestos *clutch hitters* de una temporada no podían seguir realizando la misma actuación en otra. No eran especiales; sencillamente, habían tenido suerte.

En su *Baseball Abstract* de 1984, James explicaba que aquello no le sorprendía. «¿Cómo puede ser que un jugador que posee los reflejos y la fuerza de golpe, el conocimiento y la experiencia para ser un bateador .262 en otras circunstancias se convierte mágicamente en un bateador .300 cuando el juego está en un momento decisivo? ¿Cómo ocurre eso? ¿Cuál es el proceso? ¿Cuáles son los efectos? Hasta que podamos responder a esos interrogantes, no tiene mucho sentido hablar de habilidad de *clutch*».

Derek Jeter, que tiene el apodo de «Capitán *clutch*», gracias a sus habilidades como bateador con los Yankees de Nueva York, está en vehemente desacuerdo con los estadísticos. En una entrevista en *Sports Illustrated*, dijo: «Podéis coger a todos esos tíos de las estadísticas y tirarlos por la ventana». Desgraciadamente, las propias cifras de Jeter apoyan la conclusión de James. Haciendo el promedio de trece temporadas, el porcentaje de Jeter de bateo, en base y *slugging* era de .317/.388/.462 en los partidos de la temporada regular, y .309/.377/.469 (ligeramente peor) en los partidos cruciales de las finales.

Por supuesto, todas las disciplinas matemáticas nuevas necesitan un nombre, y a su debido tiempo, esta forma de comprender el béisbol empírica, objetiva y analítica se llegó a conocer como *sabermetrics* («sabermetría»). El término, acuñado por James, tiene su origen en SBR, el

acrónimo de la Society for American Baseball Research (Sociedad para la Investigación del Béisbol Americano), establecida para fomentar la investigación en todos los aspectos del béisbol, como la historia del juego, el béisbol en relación con las artes, y las mujeres en el béisbol. Durante dos décadas, el *establishment* del béisbol ignoró a James e incluso se burló de él y de su creciente grupo de colegas sabermétricos. Sin embargo, al final, cuando un equipo fue lo suficientemente valiente para aplicar la sabermetría de la manera más inflexible, y demostró que contenía el secreto del éxito del béisbol, acabó por reivindicarse.

En 1995 compraron el equipo de béisbol Oakland Athletics Steve Schott y Ken Hofmann, dos promotores inmobiliarios que dejaron claro desde el principio que había que recortar el presupuesto del equipo. Cuando Billy Beane pasó a ser gerente en 1997, los Athletics eran famosos por tener el presupuesto más bajo de toda la Liga Mayor de béisbol. Sin dinero, Beane se dio cuenta de que la única esperanza que tenía de ganar un número decente de partidos era confiar en la estadística. En otras palabras: usó las matemáticas para burlar a sus colegas más ricos.

Beane, que era devoto de Bill James, mostró su fe en las estadísticas contratando a un economista graduado en Harvard y obsesionado con las estadísticas, Paul DePodesta, como ayudante suyo. A su vez DePodesta contrató a otros obsesos de las estadísticas, Ken Mauriello y Jack Armbruster, un par de analistas financieros que dejaron Wall Street y montaron una compañía de estadísticas de béisbol llamada Advanced Value Matrix Systems. Mauriello y Ambruster analizaban los datos de cada juego individual en cientos de partidos pasados para juzgar la contribución exacta de cada lanzador, jardinero y bateador. Sus algoritmos minimizaban la influencia azarosa de la suerte y colocaban de forma efectiva el signo de dólar en cada jugador de cada equipo. Así fue como Beane consiguió la información que necesitaba para hacerse con jugadores infravalorados.

Pronto se dio cuenta de que los mejores traspasos del mercado se daban a mitad de la temporada, cuando los equipos que ya no podían ganar la liga recortaban gastos vendiendo algunos jugadores. La ley de la oferta y la demanda dictaba una caída de los precios, y Beane podía usar las estadísticas para captar jugadores excelentes que habían pasado

inadvertidos en equipos que pasaban apuros. A veces, DePodesta recomendaba traspasos o adquisiciones que parecían una locura a los más tradicionales, pero Beane no dudaba de su consejo. En realidad, cuanto más absurdo parecía el traspaso, mayor era la oportunidad de adquirir un jugador infravalorado. En 2001 ya había quedado bien claro el gran valor de las matemáticas de DePodesta y los tratos de mitad de temporada que tuvieron como resultado. El Oakland Athletics ganó solo el 50 por 100 de sus 81 partidos en la primera mitad de la temporada; el porcentaje aumentó al 77 por 100 en la segunda mitad de la temporada, y acabaron segundos en la Liga Americana del Oeste.

Esta mejora radical, basada en las estadísticas, fue documentada más tarde en *Moneyball*, un libro del periodista Michael Lewis, que siguió las aventuras de Beane con la sabermetría a lo largo de varias temporadas. Por supuesto, el título del episodio de *Los Simpson* en el que Lisa se convierte en entrenadora de béisbol, «MoneyBart» («EstadisticBart» en español), está basado en el título del libro de Lewis. Además, en el dibujo de la página 85, el tercer libro debajo del ordenador de Lisa es *Moneyball*. De ahí que podamos estar seguros de que Lisa conoce perfectamente a Beane y su fervor a la hora de aplicar la sabermetría en su forma más pura.

Desgraciadamente, Beane perdió a sus tres jugadores clave ante los New York Yankees a finales de la temporada de 2001. Los Yankees sencillamente se limitaban a sabotear a sus rivales comprando talento; la nómina de los Yankees ascendía a 125 millones de dólares, mientras que equipos de saldo como los Oakland Athletics se veían obligados a sobrevivir con cuarenta millones. Lewis describía así la situación: «Goliat, insatisfecho con la ventaja que le daba su tamaño, ha comprado la honda de David».

De ahí que la temporada de 2002 empezara mal para los Athletics, otra vez. Sin embargo, el ordenador de DePodesta consiguió encontrar algunos traspasos baratos a mitad de temporada, que compensaron a aquellos jugadores perdidos ante los Yankees. De hecho, la sabermetría tuvo como resultado que los Oakland Athletics acabasen en primer lugar en la Liga Americana del Oeste, después de conseguir al final de la temporada una notable racha de éxitos de nada menos que veinte partidos ganados

seguidos, rompiendo así el récord de la Liga Americana. Esta fue la victoria final de la lógica sobre el dogma. La sabermetría había tenido como resultado el que seguramente era el mayor logro del béisbol en los tiempos modernos.

Cuando Lewis publicó *Moneyball* al año siguiente, admitió que ocasionalmente había dudado de la confianza que tenía Beane en las matemáticas. «Mi problema se puede expresar de la siguiente manera: cada jugador es distinto. Cada jugador debe ser contemplado como un caso especial. El tamaño de la muestra siempre es uno. La respuesta [de Beane] también es sencilla: los jugadores de béisbol siguen todos patrones similares, y esos patrones están recogidos en los libros. Por supuesto, de vez en cuando un jugador puede no cumplir su destino estadístico, pero en un equipo de veinticinco jugadores, las aberraciones estadísticas tienden a cancelarse entre sí».

Moneyball consiguió atraer la atención pública hacia Beane como héroe heterodoxo que tenía la confianza suficiente en la sabermetría para desafiar la ortodoxia del béisbol. También consiguió admiradores en otros deportes, como el fútbol, tal y como veremos en el apéndice 1. Incluso los menos fans de los deportes se enteraron del éxito de Beane cuando Hollywood estrenó *Moneyball*, una película nominada al Oscar basada en el libro de Lewis y con Brad Pitt interpretando a Billy Beane.

Naturalmente, el éxito de Beane convenció a los equipos rivales para adoptar la estrategia del Oakland y contratar también sabermétricos. Los Boston Red Sox contrataron a Bill James antes de la temporada 2003, y un año más tarde, el padre de la sabermetría ayudó al equipo a ganar la Serie Mundial por primera vez en ochenta y seis años, rompiendo la llamada «Maldición del Bambino». Al final, también contrataron sabermétricos a tiempo completo los Dodgers de Los Ángeles, los Yankees de Nueva York, los Mets también de Nueva York, los Padres de San Diego, los Cardinals de San Luis, los Nationals de Washington, los Diamondbacks de Arizona y los Indians de Cleveland. Sin embargo, un equipo de béisbol sobrepasó a todos estos a la hora de aplicar el poder de las matemáticas, y fueron los Isotopeques de Springfield, dirigidos por Lisa Simpson.

En «EstadisticBart», cuando Lisa sale de la taberna de Moe[11] cargada de libros de matemáticas, está decidida a emplear las estadísticas para ayudar a ganar a los Isotopeques. Y efectivamente, usa con éxito hojas de cálculo, simulaciones por ordenador y análisis detallados, y transforma a los Isotopeques de «moradores del sótano» en el segundo mejor equipo de la liga, detrás de Capital City. Sin embargo, cuando Lisa le dice a Bart que no golpee ninguna pelota en un partido contra Shelbyville, él desobedece sus instrucciones… y gana. Según Lisa, sin embargo, el *home run* de Bart ha sido simple chiripa. En realidad, ella tiene la sensación de que su insubordinación podría minar su estrategia estadística y destruir la esperanzas de futuro del equipo. Así que expulsa a Bart del equipo, porque «se creía mejor que las leyes de la probabilidad».

Habiendo observado que Nelson Muntz tiene el promedio más elevado en base, Lisa sigue los preceptos de la sabermetría y le convierte en el nuevo bateador del primer turno, cuya tarea más importante es permanecer en base. Lisa está de acuerdo claramente con su compañero sabermétrico Eric Walker, que contempla la importancia de los promedios en base como sigue: «Expresado con sencillez pero justeza, existe la probabilidad de que el bateador no haga un *out*. Cuando lo establecemos así, queda claro, o debería quedar, que la estadística ofensiva aislada (unidimensional) más importante es el promedio en base. Este mide la probabilidad de que el bateador no dé otro paso hacia el final de la entrada».

Y claro está, gracias al conocimiento de Lisa del promedio en base, los Isotopeques continúan su racha ganadora. Un comentarista declara que su éxito es «un triunfo de los números que han triturado el espíritu humano».

Los Isotopeques, como era de esperar, llegan al Campeonato de la Liga Pequeña, donde juegan contra Capital City. Desgraciadamente, uno de sus jugadores, Ralph Wiggum, queda incapacitado por una sobredosis de zumo, así que Lisa se ve obligada a pedirle a Bart que vuelva al equipo. Él acepta la invitación a regañadientes, porque sabe que se enfrentará con un dilema: ¿deberá seguir su instinto o las tácticas matemáticas de Lisa? Con Capital City ganando a los Isotopeques 11 a 10 en la novena y última entrada, Bart decide desobedecer a Lisa. Esta vez él hace el *out* final y los Isotopeques

pierden, todo por la incapacidad de Bart de seguir el evangelio sabermétrico.

Aunque el episodio acaba con Lisa y Bart reconciliados, está claro que los dos hermanos tienen filosofías muy distintas. Según Lisa, el béisbol debe ser analizado y entendido, mientras que Bart cree que el deporte es todo instinto y emoción. Estas visiones reflejan también la discusión existente sobre el papel de las matemáticas y la ciencia. Nos podríamos preguntar si destruye el análisis la belleza del mundo que nos rodea o lo hace más bello aún. En muchos sentidos, la actitud de Bart refleja la visión expresada por el poeta romántico inglés John Keats:

Do not all charms fly
At the mere touch of cold philosophy?
There was an awful rainbow once in heaven:
We know her woof, her texture; she is given
In the dull catalogue of common things.
Philosophy will clip an Angel's wings,
Conquer all mysteries by rule and line,
Empty the haunted air, and gnomed mine—
Unweave a rainbow, as it erewhile made
The tender-person'd Lamia melt into a shade.

(¿Acaso no desaparece todo el encanto
ante el simple contacto de la fría filosofía?
Una vez en el cielo hubo un imponente arcoíris:
conocemos su trama, su textura; ya se halla
en el feo catálogo de las cosas corrientes.
La filosofía corta las alas del ángel,
conquista todos los misterios mediante regla y línea,
vacía el aire encantado, y la mina de gnomos…
Desteje el arcoíris, como hizo antaño
que la tierna Lamia viviente se fundiese en una sombra).

Estos versos son de un poema titulado «Lamia», nombre de un demonio comeniños de la mitología griega. En el contexto del siglo XIX, la palabra «filosofía», tal y como la usaba Keats, incluía los conceptos de matemáticas y ciencia. Keats dice que las matemáticas y la ciencia diseccionan y desmontan la elegancia del mundo natural; cree que el análisis racional «desteje el arcoíris», destruyendo así su belleza inherente.

Por el contrario, Lisa Simpson argumentaría que tal análisis convierte la visión del arcoíris en una experiencia todavía más jubilosa. Quizá el punto de vista de Lisa lo exprese mejor el físico y premio Nobel, Richard Feynman:

> Tengo un amigo que es artista, y a veces adopta una postura con la que no estoy totalmente de acuerdo. Coge una flor y dice: «Mira qué bonita es», y yo estoy de acuerdo. Y dice: «¿Lo ves?, yo como artista puedo ver lo bonita que es, pero tú como científico, la desmontarías toda y la convertirías en algo feo». Y creo que eso es una tontería. En primer lugar, la belleza que él ve también está disponible para otras personas y para mí, aunque yo no sea tan refinado estéticamente como él… Yo también soy capaz de apreciar la belleza de una flor. Y al mismo tiempo, veo más cosas en la flor que él. Puedo imaginarme las células que contiene, las complicadas acciones en su interior, que también tienen su belleza. Quiero decir que no solo hay belleza en la dimensión de un centímetro; también hay belleza en una dimensión menor, en la estructura interna. Y también en los procesos, en el hecho de que los colores de la flor hayan evolucionado para atraer insectos y polinizar, también es interesante, significa que los insectos pueden ver el color. Y aquí aparece una pregunta: ¿existe también el sentido de la estética en las formas inferiores? ¿Por qué existe la estética? Todo tipo de preguntas interesantes, que demuestran que el conocimiento de la ciencia no hace más que añadir emoción y misterio y maravilla a la flor. No hace más que añadir; no entiendo cómo puede sustraer.

CAPÍTULO 7

HEMBRÁLGEBRA Y CHICALGORITMOS



En «Salvaron el cerebro de Lisa» (1999), gracias a los talentos matemáticos de Lisa y su brillantez en general la invitan a unirse al grupo local de Mensa, la sociedad para personas con un CI elevado. Coincide que cuando ingresa en Mensa, sus miembros toman el control de Springfield tras huir el alcalde Quimby para evitar unas acusaciones de corrupción. Parece una gran oportunidad para que Springfield se desarrolle y prospere bajo la guía de los hombres, mujeres y niños más inteligentes de la comunidad.

Por desgracia, un CI elevado no equivale automáticamente a un liderazgo sabio. Por ejemplo, una de las decisiones más absurdas de los nuevos líderes de Springfield es adoptar un sistema métrico decimal de tiempo, algo parecido al modelo francés que se probó en 1793. Los franceses pensaron que resultaría matemáticamente atractivo tener un día con diez horas, cada hora con cien minutos, y cada minuto cien segundos. Aunque los franceses abandonaron ese sistema en 1805, el director Skinner exclama orgulloso en este episodio: «Ahora los trenes seguirán saliendo a su hora, pero en un sistema métrico decimal. Recuerden este momento: las dos ochenta del 47 de abril».

El Dependiente de la tienda de tebeos, que es fan de *Star Trek*, hace la propuesta de limitar el sexo a una vez cada siete años. Es un intento de copiar el *Pon farr*, un fenómeno en el que los vulcanos se ponen muy cachondos cada siete años. Los siguientes decretos, como un programa de zumo de brócoli y un plan para construir un teatro de marionetas de papel (tanto balinesas como tailandesas), al final hacen que los ciudadanos decentes de Springfield se rebelen contra la élite intelectual. En realidad,

cuando el episodio llega a su fin, las masas iracundas concentran su ira en Lisa, que se salva cuando nada menos que el profesor Stephen Hawking llega justo a tiempo para rescatarla. Aunque asociamos a Hawking con la cosmología, pasó treinta años como profesor lucasiano de matemáticas en la Universidad de Cambridge, con lo cual es el matemático más famoso aparecido jamás en *Los Simpson*. Sin embargo, no todo el mundo reconoce a Hawking cuando llega en su silla de ruedas. Hawking señala que los miembros de Mensa se han corrompido por el poder y Homer exclama: «¡Larry Flint tiene razón! ¡Sois unas chufas!»[12].

Los guionistas estaban deseosos de convencer al profesor Hawking de que hiciera una aparición estelar en ese episodio en concreto, porque la trama requería un personaje que fuese más listo que todos los miembros del club Mensa de Springfield juntos. El profesor, que era fan de la serie desde hacía muchos años, ya estaba pensando visitar Estados Unidos, de modo que inmediatamente ajustó su calendario para poder visitar los estudios y asistir a una sesión de grabación de voz. Todo parecía preparado para que Hawking hiciera su aparición estelar en *Los Simpson* cuando su silla de ruedas tuvo un ataque de pánico escénico y sufrió una avería importante solo cuarenta y ocho horas antes del momento en que se suponía que debía volar desde Monterrey a Los Ángeles. El ayudante graduado de Hawking, Chris Burgoyne, arregló la avería después de trabajar 36 horas seguidas, toda la noche y todo el día siguiente.

Una vez Hawking llegó al estudio de grabación, los guionistas esperaron pacientemente mientras se introducían todas las frases del guión en su ordenador. El único problema ocurrió cuando la voz del sintetizador intentaba pronunciar una frase que describe la decepción de Hawking por la forma en que se estaba gobernando Springfield: «Quería ver vuestra utopía, pero ahora lo que veo más bien es una Fruitopía». El diccionario del ordenador no contenía el nombre de esa bebida de frutas de Estados Unidos, así que Hawking y el equipo tuvieron que construir *Fruitopía* fonéticamente. Comentando más tarde el episodio, el guionista Matt Selman recordaba: «Es estupendo, teníamos a nuestra disposición al hombre más inteligente del mundo y usamos su tiempo para grabar *Fruitopía* sílaba por sílaba».

El aspecto más memorable de la aparición de Hawking en «Salvaron el cerebro de Lisa» es la forma que tiene de rescatar a Lisa de la multitud. Su silla de ruedas despliega un rotor de helicóptero, y así se lleva a Lisa y la pone a salvo. Posiblemente se da cuenta de que Lisa es capaz de hacer grandes cosas en el futuro, y quiere que cumpla su enorme potencial académico. En realidad, podemos estar seguros de que Lisa tendrá éxito en la universidad, porque vemos un atisbo del destino de Lisa en «Futur-drama» (2005). El guión se basa en un artilugio inventado por el profesor Frink que permite a la gente ver el futuro. Lisa ve que se graduará dos años antes de tiempo, y que conseguirá una beca para Yale. El artilugio de Frink también revela que las mujeres dominarán la ciencia y las matemáticas en las décadas que se avecinan, de modo que algunas asignaturas recibirán nombres más apropiados. Vemos a Lisa decidiendo si estudiará hembrálgebra o femiquímica.

El apoyo decidido a las mujeres en las matemáticas y la ciencia en «Futur-drama» fue provocado en gran medida por una noticia que apareció cuando todavía se estaba escribiendo el guión. En enero de 2005, Lawrence Summers, rector de la Universidad de Harvard, hizo unos comentarios algo controvertidos en un congreso titulado «Diversificar la fuerza de trabajo de ciencia e ingeniería». En concreto, Summers hablaba de por qué las mujeres están tan poco representadas en el mundo académico, y afirmaba que «en el caso especial de la ciencia y la ingeniería, está el tema de la aptitud intrínseca, y sobre todo de la variabilidad de esa aptitud, y estas consideraciones se ven reforzadas por lo que de hecho son factores menores, como la socialización y discriminación continua».

Summers especulaba diciendo que la extensión de la habilidad era más amplia en los hombres que en las mujeres, cosa que tendría como resultado que más hombres y menos mujeres obtuvieran logros espectaculares en ciencia e ingeniería. Lógicamente, esta teoría provocó una fuerte reacción, porque muchos pensaron que tales comentarios, procedentes de una figura de tan alto nivel en la academia, disuadirían a las jóvenes de emprender una carrera en las matemáticas y las ciencias. La controversia contribuyó a la dimisión de Summers al año siguiente.

Los guionistas de *Los Simpson* se complacieron haciendo una referencia de pasada al incidente de Summers en «Futurdrama», pero quisieron explorar más la cuestión de las mujeres en las matemáticas y la ciencia, de modo que volvieron a tocar el asunto al año siguiente y lo abordaron en un episodio llamado «Las chicas solo quieren sumar» (2006).

El episodio empieza con una interpretación de «Mata-lot: el musical de Rasca y Pica[13]». Tras una serie de canciones inevitablemente macabras, suena una ovación y la directora, Juliana Krellner, aparece en escena y hace una reverencia. Junto a ella se encuentra el director Skinner, que revela orgulloso que Krellner fue alumna de la Escuela Primaria de Springfield:

DIRECTOR SKINNER:

¿Sabes, Juliana? Tu éxito no me sorprende en absoluto. En clase no sacabas más que sobresalientes.

JULIANA:

Bueno, recuerdo haber sacado algún que otro notable en mates.

SKINNER:

Claro, es natural, eres una chica.
[El público da un respingo]

SKINNER:

No, lo que quiero decir es que, en mi opinión, los chicos son mejores en matemáticas, en ciencias, las materias de verdad.

JULIANA:

[al público] Tranquilos, tranquilos. Seguro que el director Skinner no ha querido decir que las chicas son inferiores.

SKINNER:

No, claro que no. No sé por qué las chicas son peores.

El director Skinner se convierte entonces en blanco de una campaña en su contra, a pesar de los esfuerzos que hace por arreglar las cosas, que no hacen otra cosa que suscitar más controversia. Al final, Skinner acaba

reemplazado por una educadora progresista radical, Melanie Upfoot, que decide proteger a las chicas de Springfield de los prejuicios colocándolas en una escuela aparte. Al principio, Lisa disfruta de la idea de un sistema educativo que permita florecer a las chicas, pero la realidad es que la señora Upfoot quiere adoctrinar a las niñas con unas matemáticas que supuestamente son tanto femeninas como feministas.

Según la señora Upfoot, hay que enseñar matemáticas a las chicas de una manera mucho más emocional: «¿Cómo te hacen sentir los números? ¿A qué huele un signo más? ¿Es impar el número 7, o solo diferente?». Frustrada por la forma que tiene su nueva profesora de enseñar los números, Lisa le pregunta si en la clase de las chicas no van a plantear nunca ningún problema matemático real. La señora Upfoot contesta: «¿Problemas? ¡Así es como ven los hombres las matemáticas, algo que hay que atacar… algo que hay que resolver!».

Esta división entre matemáticas femeninas y masculinas es ficticia, pero se hace eco de una tendencia real en décadas recientes hacia unas matemáticas sensibleras tanto para chicos como para chicas. A muchos miembros de la vieja generación les preocupa que a los alumnos de hoy en día no se les exija resolver problemas tradicionales, sino que se les alimente con un currículo mucho más trivial. Esta preocupación ha dado origen a una parodia de la educación matemática llamada «La evolución de un problema matemático»:

1960:

> Un leñador vende un camión lleno de leña por 100 dólares. Su coste de producción es de las 4/5 partes de este precio. ¿Cuál es su beneficio?

1970:

> Un leñador vende un camión lleno de leña por 100 dólares. Su coste de producción es de las 4/5 partes de este precio, es decir, de 80 dólares. ¿Cuál es su beneficio?

1980:

Un leñador vende un camión lleno de leña por 100 dólares. Su coste de producción es de 80 dólares, y su beneficio es de 20. Tu tarea: subraya el número 20.

1990:

Al derribar los preciosos árboles de un bosque, una persona leñadora consigue 20 dólares. ¿Qué opinas de la forma de vida que tiene él (o ella)? Discute en tu grupo cómo se sentirán los pájaros y ardillas del bosque y escribe una redacción.

Desesperada por aprender algo de matemáticas reales, Lisa se escabulle de su clase y mira por la ventana de la escuela de chicos, donde ve escrito un problema tradicional de geometría en la pizarra. Antes de que pase mucho tiempo la cogen espiando y la devuelven a la escuela de chicas, y una vez más la alimentan con una dieta de gachas aritméticas diluidas.

Es la gota que colma el vaso. Cuando vuelve a casa aquella tarde, Lisa le pide a su madre que la ayude a disfrazarse de chico para poder asistir a la escuela de chicos, y participar en las clases bajo la identidad de Jake Chicarrón. El guión imita la trama de *Yentl*, en la cual una joven judía ortodoxa se corta el pelo y se viste de hombre para poder estudiar el Talmud.

Desgraciadamente, no basta con vestirse de chico. Lisa averigua en seguida que para ser aceptada por sus nuevos compañeros de clase tiene que empezar a comportarse como un chico típico. Y esto va en contra de todo lo que ella cree. Al final, incluso está dispuesta a acosar a Ralph Viggum, uno de los chicos más inocentes de su clase, solo para ganarse la aprobación del conocido matón Nelson Muntz.

Lisa está enfadada por tener que comportarse como un chico para conseguir una educación decente, pero sigue con su plan para poder estudiar matemáticas y probar que las chicas son igual de buenas que los chicos. Su decisión da frutos al final: Lisa no solo destaca académicamente, sino que también recibe el premio al Alumno Más Sobresaliente en el Campo de las Matemáticas. El premio se le entrega en una asamblea conjunta de chicos y chicas, y Lisa aprovecha esa oportunidad para revelar

su verdadera identidad, y proclama: «¡Pues sí, amigos, el mejor alumno de mates de todo el colegio es una chica!».

Dolph Starbeam, que normalmente anda siempre con sus compañeros matones Kearney Zzyzwicz, Jimbo Jones y Nelson Muntz, grita: «¡Como en *Yentl*!».

Bart también se pone en pie y declara:

«El único motivo por el que Lisa ha ganado es porque ha aprendido a pensar como un chico; yo le he enseñado a eructar, pedorrearse, decir tacos y a sumar».

Cuando el episodio llega a su clímax, Lisa continúa su discurso:

«Sí, he conseguido ser la mejor en matemáticas, pero solo porque he renunciado a todo aquello en lo que creía. Supongo que el verdadero motivo por el que no vemos a muchas mujeres en las matemáticas y las ciencias es porque…».

Y en ese preciso momento el profesor de música del colegio la corta a mitad de la frase y la obliga a presentar a Martin Prince tocando la flauta. De esa forma, los guionistas hábilmente evitan tener que enfrentarse a ese tema controvertido.

Cuando conocí a los guionistas Matt Selman y Jeff Westbrook, ambos estuvieron de acuerdo en que era casi imposible encontrar un final satisfactorio para el episodio, porque no hay forma fácil de explicar por qué las mujeres siguen mal representadas en muchas áreas de las matemáticas y la ciencia. No querían presentar una conclusión simplista o facilona. Ni tampoco encontrarse, como decía Selman, con un «problema skínnico».



El guión de «Las chicas solo quieren sumar» no solo imita la trama de *Yentl*, sino también la vida de la famosa matemática francesa Sophie Germain. Por increíble que parezca, los hechos de la batalla de Germain contra el sexismo todavía son más extraños que las narraciones ficticias de Lisa y Yentl.

Nacida en París en 1776, la obsesión de Germain por las matemáticas empezó cuando conoció por casualidad la *Histoire des Mathématiques* de

Jean-Étienne Montucla. En particular, se sintió muy conmovida por la extraordinaria vida y trágica muerte de Arquímedes. Dice la leyenda que Arquímedes estaba muy ocupado dibujando figuras geométricas en la arena cuando el ejército romano invadió Siracusa en 212 a. C. En realidad, estaba tan obsesionado con el análisis de las propiedades matemáticas de sus formas en la arena que ignoró la aproximación del soldado romano que exigía su atención. Ofendido por su aparente descortesía, el soldado levantó la lanza y mató con ella a Arquímedes. Germain encontró inspiradora aquella historia: las matemáticas tenían que ser el tema más fascinante del mundo, si podían hechizar a alguien hasta el punto de que ignorase incluso las amenazas hacia su propia vida.

Como resultado, Germain empezó a estudiar matemáticas todo el día, e incluso por la noche. Según un amigo de la familia, su padre le confiscaba las velas para evitar que estudiase cuando debía estar durmiendo. Con el tiempo, los padres de Sophie transigieron. Cuando aceptaron que ella no se iba a casar, sino que dedicaría su vida a las matemáticas y la ciencia, le procuraron tutores y la apoyaron financieramente.

A los veintiocho años, Germain decidió que quería asistir a la recién inaugurada École Polytechnique en París. El impedimento era que esa prestigiosa institución solo admitía estudiantes varones. Sin embargo, Germain encontró una forma de soslayar el problema, al enterarse de que el colegio exhibía públicamente los apuntes de sus clases, e incluso animaba a personas ajenas a hacer comentarios sobre aquellos apuntes. Este gesto generoso estaba pensado para los caballeros, así que Germain se limitó a adoptar un pseudónimo masculino, *monsieur* LeBlanc. De esa forma pudo obtener los apuntes y empezó a remitir agudas observaciones a uno de los tutores.

Igual que Lisa Simpson, Germain había adoptado una identidad masculina para poder estudiar matemáticas. De modo que cuando Dolph Starbeam gritaba «¡Como en *Yentl*!», habría sido más adecuado que hubiese exclamado: «¡Como la Germain!».

Germain enviaba sus observaciones a Joseph-Louis Lagrange, no solo miembro de la École Polytechnique, sino también uno de los matemáticos más respetados del mundo. Este se sintió tan impresionado por la brillantez

de *monsieur* LeBlanc que quiso conocer a ese extraordinario alumno nuevo, cosa que obligó a Germain a confesar su engaño. Aunque temía que él se enfadase con ella, Lagrange se sintió agradablemente sorprendido al descubrir que *monsieur* LeBlanc era en realidad una *mademoiselle*, y le dio su bendición a Germain para que continuase con sus estudios.

Germain consiguió hacerse una reputación en París como matemática. Sin embargo, de vez en cuando seguía recurriendo a su alter ego masculino cuando escribía a matemáticos a los que no conocía, y que quizá de otro modo no la habrían tomado en serio. Por ejemplo, el caso más notable: se convirtió en *monsieur* LeBlanc en su correspondencia con el brillante matemático alemán Carl Friedrich Gauss, autor de *Disquisitiones arithmeticae* («Investigaciones aritméticas»), seguramente el tratado más importante y de más amplio alcance en matemáticas durante más de mil años. Gauss reconoció el talento de su nuevo amigo epistolar («Estoy encantado al ver que la aritmética ha encontrado en usted a un amigo tan capacitado») pero no tenía ni idea de que *monsieur* LeBlanc en realidad era una mujer.

Su verdadera identidad solo se reveló a Gauss cuando el ejército francés de Napoleón invadió Prusia, en 1806. A Germain le preocupaba que Gauss, como Arquímedes, pudiera acabar siendo víctima de una invasión militar, de modo que envió un mensaje al general Joseph-Marie Pernety, un amigo de la familia, que era quien dirigía las fuerzas de avanzada. Este garantizó debidamente la seguridad de Gauss, y explicó al matemático que debía su vida a *mademoiselle* Germain. Cuando Gauss se dio cuenta de que Germain y LeBlanc eran la misma persona, escribió:

> Pero cómo describirle mi admiración y mi asombro al ver a mi estimado corresponsal *monsieur* LeBlanc metamorfosearse en este ilustre personaje que da un ejemplo tan brillante de lo que me parece tan difícil de creer. El gusto por las ciencias abstractas en general, y por encima de todo por el misterio de los números, es excesivamente raro, pero uno no se asombra por ello. Los encantos seductores de esa sublime ciencia solo se revelan a aquellos que tienen el valor suficiente para introducirse profundamente en ella. Pero cuando una persona del sexo que, según

> nuestras costumbres y prejuicios, debe encontrar infinitas dificultades más que los hombres para familiarizarse con esas espinosas indagaciones, consigue sin embargo remontar esos obstáculos y penetrar en sus partes más oscuras, entonces sin duda debe de poseer el valor más noble, un talento extraordinario y un genio superior.

En términos de matemáticas puras, la contribución más famosa de Germain fue en relación con el último teorema de Fermat. Aunque no pudo formular una prueba completa, Germain hizo más progresos que ninguna otra persona de su generación, cosa que llevó al Institut de France a recompensarla con una medalla por sus logros.

También le interesaban mucho los números primos, esos números que no se pueden dividir por ningún otro número excepto el 1 y el propio número. Los números primos se pueden colocar en distintas categorías, y un grupo en particular recibe su nombre en honor de Germain. Un número primo p está etiquetado como «primo de Germain» si $2p + 1$ es también primo. De modo que 7 no es un primo de Germain, porque $2 \times 7 + 1 = 15$, y 15 no es primo. Por el contrario, 11 sí que es un primo de Germain, porque $2 \times 11 + 1 = 23$, y 23 es primo.

La investigación de los números primos siempre se ha considerado importante, porque esos números son las piedras angulares de las matemáticas. De la misma manera que todas las moléculas están compuestas de átomos, todos los números son o bien primos o el producto de primos multiplicados entre sí. Dado que son fundamentales para todas las cosas numéricas, no es ninguna sorpresa que los números primos hagan su aparición en un episodio de 2006 de *Los Simpson*, tal y como descubriremos en el capítulo siguiente.

EXAMEN II

NIVEL BACHILLERATO

Broma 1

P: ¿Cuáles son los diez tipos de personas que existen en el mundo?
R: Los que entienden el código binario y los que no.

Broma 2

A: ¿Cuál es el animal que tiene entre 3 y 4 ojos?
B: El piojo.

Broma 3

¿Por qué se enfadó el sumatorio con la integral? Por no ser discreta e ir contando sus intimidades.

Broma 4

Un día Jesús dijo a sus discípulos: «El Reino de los Cielos es como $2x^2 + 5x - 6$». Tomás parecía confuso y le preguntó a Pedro: «¿Qué ha querido decir el maestro?». Y Pedro contestó: «No te preocupes… es solo otra de sus parábolas».

Broma 5

P: ¿Cuál es el volumen de una pizza de grosor *a* y radio *z*?
R: pi.z.z.a

CAPÍTULO 8

UN PROGRAMA DE MÁXIMA AUDIENCIA



El guión de «Marge, Homer y el deporte en pareja» (2006) gira en torno a una estrella del béisbol llamada Buck «Home Run King» Mitchell, que juega en los Isótopos de Springfield. Cuando él y su mujer, Tabitha Vixx, tienen problemas maritales, el rendimiento de Mitchell en el campo empieza a resentirse, de modo que se dirigen a Homer y Marge para que les den consejo sobre su relación. Después de diversos giros argumentales, el episodio culmina en el estadio de Springfield, donde Tabitha se apropia de la pantalla de Jumbo-Visión y declara públicamente su amor por Buck ante todo el público.

En el episodio figuran la voz de la cantante y actriz Mandy Moore, una referencia a J. D. Salinger y un guiño a la *Pietà* de Miguel Ángel, pero los espectadores matemáticos debieron de sentirse muy emocionados por la aparición de un número primo muy especial. Antes de revelar los detalles del número primo y cómo se incorpora al episodio, retrocedamos unos pasos para conocer a los dos matemáticos que inspiraron la referencia a ese número primo, la profesora Sarah Greenwald, de la Universidad Estatal de los Apalaches, y el profesor Andrew Nestler de la Universidad de Santa Mónica.

El interés de Greenwald y Nestler por *Los Simpson* data de 1991, época en la que se conocieron y se hicieron amigos en el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Pennsylvania. Ambos acababan de empezar a trabajar en sus doctorados, y una vez a la semana se reunían con otros estudiantes de licenciatura, veían *Los Simpson* y comían juntos. Nestler recuerda con toda claridad por qué les atraía tanto la serie: «Los

guionistas habían creado a dos *nerds* que aparecían regularmente: el profesor Frink, un científico, y Martin Prince, un alumno superdotado de la escuela primaria. Y ambos aparecían junto a un personaje principal, Lisa Simpson, que era también muy inteligente e inquisitiva. La inclusión de esos personajes hacía que los intelectuales pudieran ver el programa para reírse de alguna manera de sí mismos».

No pasó mucho tiempo antes de que Greenwald y Nestler empezaran a captar las diversas referencias matemáticas de *Los Simpson*. Ambos disfrutaban las bromas sobre matemáticas de alto nivel, pero también les interesaban aquellas escenas que se ocupaban de las matemáticas en el contexto de la educación. Nestler recuerda que le gustaba especialmente una frase de Edna Krabappel, en «El pequeño Wiggy» (1998), cuando la profesora más amargada de Springfield se vuelve a la clase y dice: «Y ahora, ¿la calculadora de quién puede decirme cuánto es siete veces ocho?».

Al cabo de un tiempo, encontraron tantas bromas matemáticas que Nestler decidió crear una base de datos de escenas que pudieran interesar a los matemáticos. Según Nestler, era lógico que acabara haciendo algo semejante: «Yo soy coleccionista por naturaleza, y disfruto mucho catalogando cosas. Cuando era joven coleccionaba tarjetas de visita. Mi principal *hobby* es coleccionar discos de Madonna; tengo más de dos mil trescientas grabaciones físicas en mi colección de Madonna».

Unos años más tarde, tras haberse doctorado y empezado a enseñar, tanto Greenwald como Nestler empezaron a incorporar escenas de *Los Simpson* en sus clases. Nestler, cuya tesis doctoral trataba de la teoría algebraica de los números, usaba material de la comedia en sus cursos de cálculo, precálculo, álgebra lineal y matemáticas finitas. Por el contrario, la investigación de Greenwald siempre ha tratado de la orbidad, una especialidad dentro de la geometría, de modo que ella tendía a incorporar bromas geométricas de *Los Simpson* en su curso titulado «Matemáticas 1010 (Matemáticas de las Artes Liberales)». Por ejemplo, hablaba del gag inicial del sofá en «Homer, el grande» (1995). La secuencia inicial de cada episodio acaba con la familia Simpson convergiendo en su sofá para ver la televisión, cosa que siempre lleva a una broma visual. En este caso, en el gag del sofá Homer y su familia exploran una red paradójica de escaleras

bajo la influencia de tres fuerzas gravitatorias, cada una de ellas perpendicular a las demás. Esa escena es un tributo a *Relatividad*, una famosa litografía del artista holandés del siglo XX M. C. Escher, que estaba obsesionado con las matemáticas en general y con la geometría en particular.

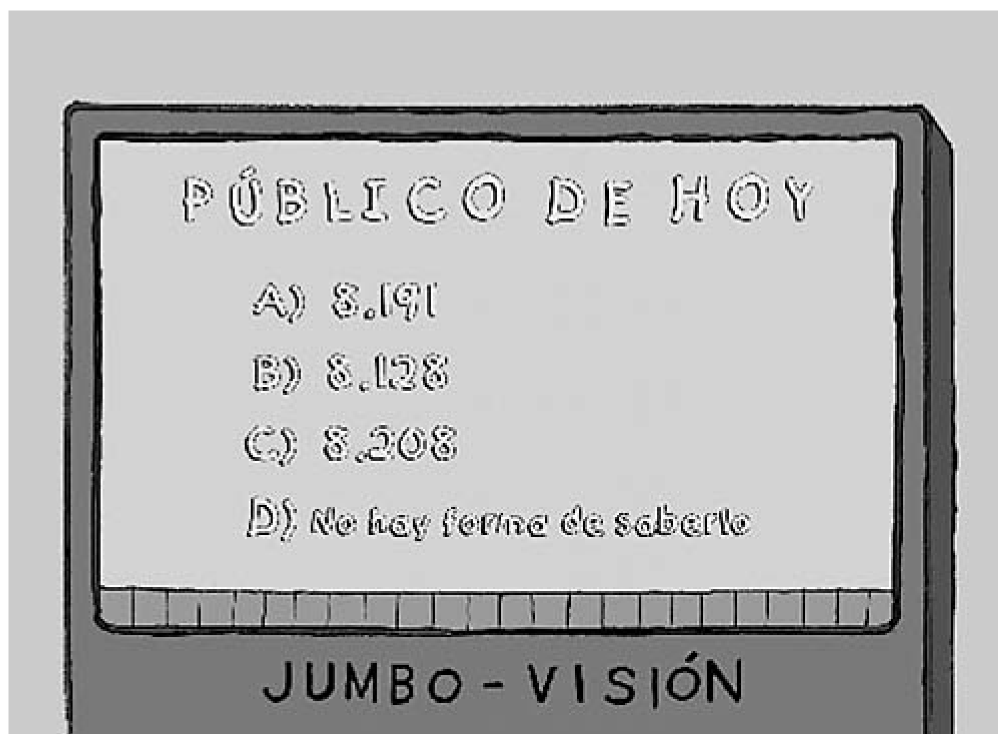
Al cabo de unos pocos años de incorporar a *Los Simpson* en sus cursos de matemáticas, la extravagante forma de enseñar de Greenwald y Nestler atrajo la atención de algunos medios locales, y luego condujo a una entrevista en el programa de la Radio Nacional Pública *Science Friday* («Viernes de ciencia»). Cuando algunos de los guionistas de *Los Simpson* oyeron el programa, se quedaron asombrados al ver que sus bromas internas de *nerd* ahora eran la base de unos cursos de matemáticas de la universidad. Quisieron conocer a aquellos profesores y agradecerles su dedicación tanto a las matemáticas como a *Los Simpson*, de modo que los guionistas invitaron a Greenwald y Nestler a asistir a la lectura de un episodio futuro que resultó ser «Marge, Homer y el deporte en pareja».

El 25 de agosto de 2005, Greenwald y Nestler escucharon la lectura que describía la desordenada relación entre Buck Mitchell y Tabitha Vixx. Mientras los profesores disfrutaban de la historia, los guionistas prestaban atención a cada frase, buscando buenos gags que se pudieran mejorar y gags malos que eliminar. Aquel mismo día, cuando ambos profesores ya habían vuelto a su casa, los guionistas compararon sus notas y empezaron a dar vueltas al guión. Todo el mundo en la mesa estuvo de acuerdo en que aquel capítulo era muy fuerte, pero contenía una omisión flagrante: ¡no había matemáticas en todo el episodio!

Les pareció muy descortés haber invitado a Greenwald y Nestler a una sesión de lectura a causa de su interés por las matemáticas en *Los Simpson* y enseñar a los profesores un episodio que no les proporcionaba ningún nuevo material para sus clases. Los guionistas empezaron a revisar el guión escena por escena, buscando un lugar adecuado para incluir algún guiño matemático. Al final, uno de ellos vio que el clímax del episodio proporcionaba la oportunidad perfecta para introducir algunos números interesantes.

Justo antes de que Tabitha haga su declaración de amor en la pantalla de Jumbo-Visión, aparece una pregunta en la misma pantalla pidiendo a la gente que adivine cuántas personas han acudido a ver el partido. Se presenta como una pregunta tipo test. En el guión de la lectura los números que aparecían en la pantalla estaban elegidos al azar, pero los guionistas luego quisieron reemplazarlos con números que poseyeran propiedades especialmente interesantes. En cuanto los guionistas hubieron completado su misión, Jeff Westbrook envió un e-mail a Sarah Greenwald: «Qué bien que vinierais, chicos, porque eso realmente hizo que nos pusiéramos las pilas, y ahora hemos incluido unos números ligeramente más interesantes matemáticamente en honor a vuestra visita».

Los tres números interesantes, tal y como aparecían en la pantalla de Jumbo-Visión, parecerán arbitrarios e inocuos a los espectadores casuales, pero aquellos que poseen una mente matemática inmediatamente habrán reconocido que cada uno de ellos es notable, a su manera.



El modelo de la pantalla de Jumbo-Visión en el episodio «Marge, Homer y el deporte en pareja».

El primer número, 8191, es un número primo. En realidad pertenece a un tipo especial de números primos conocidos como «primos de Mersenne». Reciben ese nombre por Martin Mersenne, que ingresó en los frailes mínimos en París en 1611, y a partir de entonces dividió su tiempo entre rezar a Dios y adorar las matemáticas. Se interesó especialmente por un conjunto de números de la forma $2^p - 1$, donde *p* es cualquier número primo. La tabla que reproducimos a continuación muestra lo que ocurre si se introducen todos los números primos menores que 20 en la fórmula $2^p - 1$:

Primo (*p*)	**$2^p - 1$**		**¿Primo?**
2	$2^2 - 1 =$	3	✓
7	$2^3 - 1 =$	7	✓
5	$2^5 - 1 =$	31	✓
7	$2^7 - 1 =$	127	✓
11	$2^{11} - 1 =$	2047	✗
13	$2^{13} - 1 =$	8191	✓
17	$2^{17} - 1 =$	131 071	✓
19	$2^{19} - 1 =$	524 287	✓

El rasgo más llamativo de esta tabla es que $2^p - 1$ parece generar sospechosos de primos, y con eso quiero decir números que podrían ser primos. En realidad, todos los números de la columna de la derecha son primos, excepto 2047, porque 2047 = 23 × 89. En otras palabras $2^p - 1$ es una receta que usa los números primos como ingredientes en un intento de crear nuevos números primos; estos primos resultantes son conocidos como primos de Mersenne. Por ejemplo, cuando *p* = 13, entonces $2^{13} - 1 = 8191$, que es el primo de Mersenne que aparece en «Marge, Homer y el deporte en pareja».

Los primos de Mersenne son muy famosos en el mundo de los números, porque pueden ser muy grandes. Algunos son «primos titánicos» (de más de mil dígitos), otros son «primos gigantes» (más de diez mil dígitos) y los mayores de todos se llaman «megaprimos» (más de un millón de dígitos). Los diez primos de Mersenne más grandes conocidos son los números primos de mayor tamaño jamás identificados. El número primo de

Mersenne más grande que existe ($2^{57\,885\,161} - 1$), que fue descubierto en enero de 2013, tiene más de diecisiete millones de dígitos de largo[14].

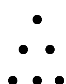
El segundo número de la pantalla del estadio es 8128, que se conoce como el «número perfecto». La perfección en el contexto de un número depende de sus divisores, es decir, esos números que lo dividen sin que quede ningún resto. Por ejemplo, los divisores de 10 son 1, 2, 5 y 10. Un número se considera perfecto si sus divisores (excepto el propio número) sumados dan el número en cuestión. El número perfecto más pequeño es 6, porque 1, 2 y 3 son divisores de 6, y 1 + 2 +3 = 6. El segundo número perfecto es 28, porque 1, 2, 4, 7 y 14 son divisores de 28, y 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28. El tercer número perfecto es 496, y el cuarto es 8128, que es el que aparece en «Homer, Marge y el deporte en pareja».

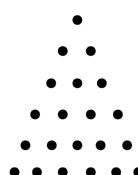
Estos cuatro números perfectos ya fueron bien conocidos para los antiguos griegos, pero los matemáticos tendrían que esperar más de un milenio antes de que se descubrieran los tres siguientes números perfectos. El 33 550 336 fue descubierto hacia 1460, luego el 8 589 869 056 y el 137 438 691 328 se anunciaron ambos en 1588. Como señalaba René Descartes, el matemático francés del siglo XVII, «los números perfectos, como los hombres perfectos, son muy escasos».

Como son pocos y están alejados entre sí es fácil sacar la conclusión de que existe un número finito de números perfectos. Sin embargo, por ahora, los matemáticos no pueden probar que la cantidad de números perfectos sea limitada. Y hasta el momento todos los números perfectos descubiertos son pares, así que quizá los futuros números perfectos sean también pares. Pero hasta ahora, igual que antes, nadie ha probado que ese sea el caso.

A pesar de esos huecos en nuestro conocimiento, sabemos algunas cosas de los números perfectos. Por ejemplo, se ha probado que los números perfectos que son pares (es decir, todos) son también «números triangulares»:

6 = 1 + 2 + 3   28 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7





Además, sabemos que los números perfectos pares (excepto el 6) son siempre la suma de una serie de cubos consecutivos impares:

$28 = 1^3 + 3^3$
$496 = 1^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3$
$8128 = 1^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3 + 9^3 + 11^3 + 13^3 + 15^3$

Y por último, pero no menos importante, sabemos que existe una estrecha relación entre los números perfectos y los números primos de Mersenne. De hecho, los matemáticos han demostrado que hay el mismo número de cada uno, y se ha demostrado que cada primo de Mersenne se puede usar para generar un número perfecto. De ahí que conozcamos solo cuarenta y ocho números perfectos, porque conocemos solamente cuarenta y ocho números primos de Mersenne.

El tercer número que aparece en la pantalla del estadio, 8208, es especial porque es lo que se llama un «número narcisista». Eso significa que el número es igual a la suma de cada uno de sus dígitos elevados a la potencia del número de dígitos:

$$8208 = 8^4 + 2^4 + 0^4 + 8^4 = 4096 + 16 + 0 + 4096$$

El motivo por el cual este número se etiqueta como narcisista es que los dígitos que contiene se han usado para generar el propio número. El número parece obsesionado consigo mismo, casi como se amara a sí mismo.

Hay muchos otros ejemplos de número narcisista, como el 153, que equivale a $1^3 + 5^3 + 3^3$, pero se ha demostrado que hay una cantidad finita de números narcisistas. De hecho, los matemáticos saben perfectamente que solo hay ochenta y ocho números narcisistas, y el más grande es el siguiente: 115 532 219 918 863 392 265 595 597 773 371 122 201.

Sin embargo, si relajamos las limitaciones, es posible generar los llamados números narcisistas «manipulados». Estos números se pueden generar usando sus propios dígitos de cualquier manera que funcione. Aquí tenemos unos cuantos ejemplos de números narcisistas manipulados:

$$6859 = (6 + 8 + 5)^{\sqrt{9}}$$
$$24\,739 = 2^4 + 7! + 3^9$$
$$23\,328 = 2 \times 3^{3!} \times 2 \times 8$$

Así que gracias a la visita de Greenwald y Nestler, «Marge, Homer y el deporte en pareja» obtuvo la aparición estelar de un primo Mersenne, un número perfecto y un número narcisista. Durante años, *Los Simpson* habían influido en la forma que tenían de dar clases sus profesores, y entonces la situación se invirtió y fueron los profesores los que influyeron en *Los Simpson*.

Pero ¿por qué eligieron los guionistas estos tipos de números en particular para la pantalla de Jumbo-Visión? Después de todo, hay cientos de tipos de números interesantes, y cualquiera de ellos podía haber representado un buen papel. Existen, por ejemplo, los «números vampiro»: estos números tienen dígitos que se pueden ordenar formando dos nuevos números, conocidos como «colmillos», que a su vez pueden multiplicarse entre sí y recrear el número original. El 136 948 es un número vampiro, porque 136 948 = 146 × 938. Un ejemplo mejor incluso es el 16 758 243 290 880, que es particularmente vampírico, porque sus colmillos se pueden formar de cuatro formas distintas:

$$
\begin{aligned}
16\,758\,243\,290\,880 &= 1\,182\,236 \times 8\,852\,280 \\
&= 2\,223\,356 \times 7\,790\,080 \\
&= 2\,251\,140 \times 6\,689\,932 \\
&= 2\,217\,760 \times 5\,548\,808
\end{aligned}
$$

O bien, si los guionistas querían un número increíble y especial, podían haber elegido un «número sublime». Solo hay dos números sublimes, porque deben satisfacer dos normas estrictas que ambos cumplen a la perfección. Primero, el número total de divisores debe ser un número perfecto, y segundo, los divisores deben dar como suma un número perfecto. El primer número sublime es el 12, porque sus divisores son 1, 2, 3, 4, 6 y 12. El número de divisores es 6, y sumados dan 28, y tanto 6 como 28 son números perfectos. El único otro número sublime que se conoce es el 6 686 655 570 038 878 889 970 071 134 243 369 922 257 730 073 351 185 570 028 824 460 012 291 691 164.

Según los guionistas, los números de Mersenne, perfectos y narcisistas fueron elegidos para que apareciesen en «Marge, Homer y el deporte en pareja» simplemente porque ofrecían cantidades que se acercaban de forma

realista a una multitud. También fueron los primeros tipos de números que les vinieron a la mente. Los introdujeron como cambio de última hora en el guión, de modo que tampoco tenían demasiado tiempo para pensar en los números elegidos.

Sin embargo, mirándolo retrospectivamente, se podría alegar que los guionistas eligieron los números correctos, porque los dígitos todavía son visibles en la pantalla de Jumbo-Visión cuando aparece Tabitha Vixx, y cada número parece ofrecer una buena descripción de la señora Vixx. Tabitha, que es uno de los personajes más glamurosos que han aparecido en *Los Simpson*, se considera perfecta, singular como un número primo y, desde luego, es una narcisista. En realidad, al principio del episodio va escasamente vestida y baila provocativamente ante los fans del béisbol que adoran a su marido, así que era apropiado incluir un número narcisista en la pantalla del estadio, aunque fuese manipulado.



Aunque Greenwald y Nestler podrían parecer excepcionales, no son los únicos profesores que hablan de *Los Simpson* en sus clases de matemáticas. Joel Sokol, del Instituto de Tecnología de Georgia, da una lección que titula «Tomar decisiones contra un oponente: una aplicación de la optimización matemática», que incluye unas diapositivas en las que se describen juegos de piedra-papel-tijeras a los que juegan personajes de *Los Simpson*. Esta lección se centra en la teoría del juego, una parte de las matemáticas que se ocupa de averiguar cómo se comportan los participantes en situaciones de conflicto y cooperación. La teoría del juego puede ayudar a comprender cualquier cosa, desde el dominó hasta la guerra, desde el altruismo animal a las negociaciones con los sindicatos. De forma similar, Dirk Mateer, economista de la Universidad Estatal de Pennsylvania, con un gran interés por las matemáticas, también hace uso de *Los Simpson* y de escenas con piedra-papel-tijeras cuando enseña teoría del juego a sus alumnos.

Piedra-papel-tijeras (PPT) parece un juego trivial, de modo que a lo mejor les sorprende que tenga interés matemático. Sin embargo, en manos de un teórico del juego, el PPT se convierte en una batalla compleja entre

dos competidores que intentan sobrepasarse en ingenio mutuamente. En realidad, el PPT tiene muchas sutilezas matemáticas ocultas.

Antes de revelar esas sutilezas, déjenme que empiece con una breve revisión de las normas. Se juega entre dos jugadores, y las normas son sencillas. Ambos jugadores cuentan «uno… dos… tres… ¡ya!» y colocan la mano de una de estas tres formas: piedra (el puño cerrado), papel (la mano abierta y plana) o tijeras (el dedo índice y el medio formando una «V»). El ganador se decide según la «jerarquía circular» que hace que la piedra aplaste las tijeras (gana la piedra), las tijeras corten el papel (ganan las tijeras) y el papel envuelva a la piedra (gana el papel). Si las armas son las mismas, entonces ese turno queda en empate. A lo largo de los siglos, diferentes culturas han desarrollado sus propias variantes del juego de PPT, que van desde los indonesios, que juegan a elefante-humano-tijereta, hasta los amantes de la ciencia ficción, que juegan a OVNI-microbio-vaca. Esta última versión supone que el OVNI disecciona a la vaca, la vaca se come los microbios y los microbios contaminan al OVNI.

Aunque cada cultura tiene sus propias armas, las normas del juego siguen siendo esencialmente las mismas. Dentro de esas normas es posible usar la lógica de la teoría del juego matemática para identificar qué estrategia de juego es superior. Esto quedó demostrado en «La tapadera» (1993), cuando Bart y Lisa juegan a PPT para decidir quién pondrá su nombre primero en el guión que han escrito en colaboración para «El show de Rasca y Pica». Mirando el juego del PPT desde el punto de vista de Lisa, la mejor estrategia depende de una serie de factores. Por ejemplo, ¿sabe Lisa si su oponente es un novato o un profesional, qué sabe el oponente de Lisa de ella, y su objetivo es ganar o más bien evitar perder?

Si Lisa estuviera jugando un campeonato mundial, entonces adoptaría la estrategia de tirar al azar, porque ni siquiera un campeón del mundo podría predecir si ella va a sacar piedra, papel o tijera. Eso daría a Lisa las mismas oportunidades de ganar, perder o empatar. Sin embargo, Lisa está jugando con su hermano, que no es el campeón del mundo. De ahí que adopte una estrategia distinta basada en su propia experiencia, que es que Bart es particularmente aficionado a sacar piedra. De modo que decide sacar papel para derrotar a su posible piedra. El plan funciona y ella gana. La mala

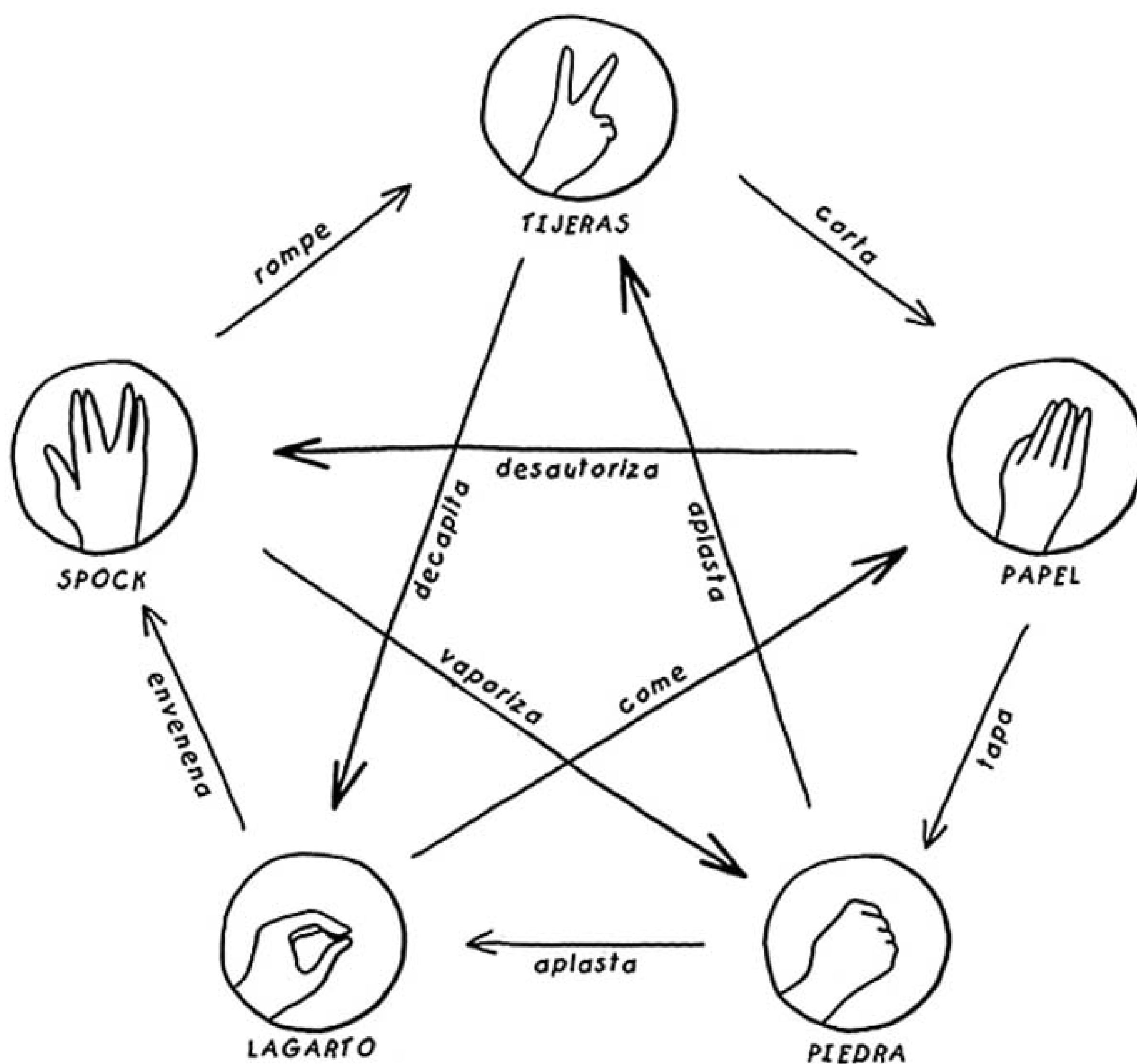
costumbre de Bart se ajusta a la investigación llevada a cabo por la Sociedad Mundial del PPT, que indica que la piedra es la jugada más popular en general, sobre todo entre los chicos.

Esta aplicación de la teoría del juego tuvo su importancia cuando la empresa electrónica Maspro Denkoh, con base en Japón, quería subastar su colección de arte en 2005. Para decidir si el multimillonario contrato debía ir a Sotheby's o a Christie's, Maspro Denkoh ordenó un combate de PPT entre ambas casas de subastas. Nicholas Maclean, director internacional del Departamento de arte impresionista y moderno de Christie's, se tomó tan en serio el asunto que pidió consejo a sus hijas gemelas de once años. La experiencia de las niñas respaldó la encuesta de la Sociedad Mundial de PPT, ya que las gemelas también consideraron que lo más habitual es sacar piedra. Además, señalaron que unos jugadores sofisticados podían ser conscientes de ello y por tanto sacar papel. Maclean presintió que Sotheby's adoptaría esa estrategia sofisticada, así que aconsejó a sus jefes de Christie's que adoptaran una estrategia supersofisticada y sacaran tijeras. Los de Sotheby's sacaron papel, ciertamente, y Christie's ganó.

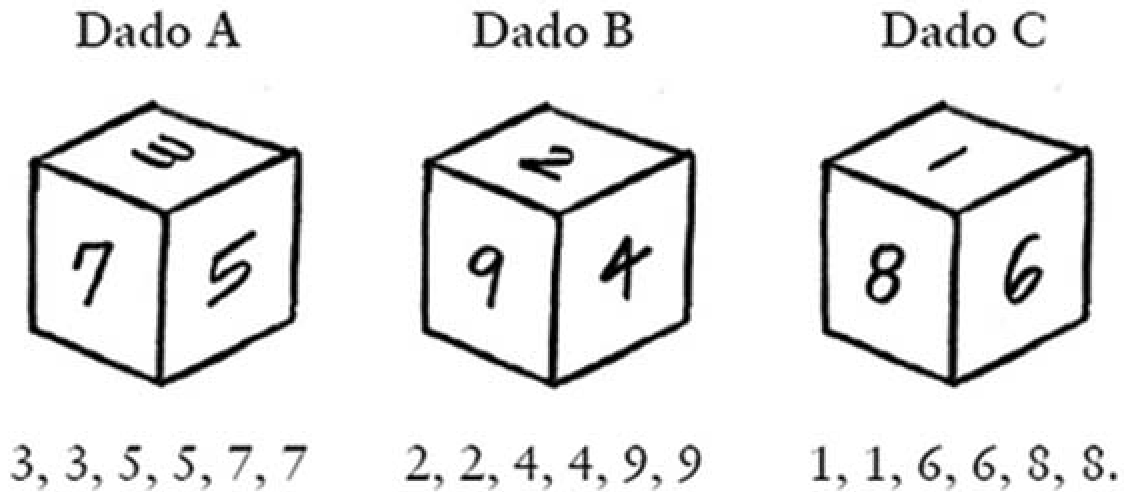
Y aparecen más matemáticas cuando ponemos el turbocompresor al juego del PPT añadiendo más opciones. Primero, es importante recalcar que cualquier nueva versión de PPT debe tener un número de opciones impar, porque es la única forma de equilibrar el juego, de manera que cada opción gana y pierde ante un número igual $(N - 1) / 2$ de otras opciones. De ahí que no haya versión de cuatro opciones del PPT, sino una versión de cinco opciones llamada piedra-papel-tijera-lagarto-Spock (PPTLS). Inventada por el programador Sam Kass, esta versión se hizo famosa tras aparecer en «La expansión Lagarto-Spock» (2008), un episodio de la comedia de *nerds Big Bang Theory*. En la página siguiente la jerarquía circular y los gestos de la mano para piedra-papel-tijera-lagarto-Spock.

A medida que el número de opciones aumenta, la posibilidad de un empate disminuye en razón de $1/N$. Por tanto, la posibilidad de un empate es $^1/_3$ en PPT y $^1/_5$ en PPTLS. Si uno quiere minimizar el riesgo de empate, entonces la versión más grande disponible de PPT es PPT-101. Creada por el animador David Lovelace, tiene 101 gestos manuales definidos y 5050 posibles tiradas, que dan como resultado un ganador claro. Por ejemplo:

arena movediza se traga al buitre, buitre se come a la princesa, princesa somete al dragón, dragón incendia al robot, y así sucesivamente. La posibilidad de empate es de un $^{1}/_{101}$, que es menos de un 1 por 100.



El aspecto matemático más intrigante que ha surgido mientras se investigaba el PPT es la invención del llamado «dado no transitivo». Estos dados han despertado curiosidad inmediatamente, porque cada uno tiene una combinación de números distinta en sus caras:



Usted y yo podemos jugar escogiendo uno de esos dados cada uno y tirando por turnos. El ganador es aquel cuyo dado muestre el número más alto. Entonces, ¿cuál sería el mejor dado?

Las cuadrículas de la página siguiente muestran lo que ocurre con los tres posibles emparejamientos de dados: A contra B, B contra C y C contra A. La primera cuadrícula nos dice que el dado A es mejor que el B, porque el dado A gana en 20 de los 36 posibles resultados. En otras palabras, el dado A gana un promedio aproximado de un 56 por 100 de las veces.

¿Y qué ocurre con el dado B contra el dado C? La segunda cuadrícula nos demuestra que el dado B es mejor, porque gana el 56 por 100 de las veces.

En la vida estamos acostumbrados a relaciones transitivas, es decir, que si A es mejor que B, entonces B es mejor que C, y por tanto A «tiene» que ser mejor que C. Sin embargo, cuando tiramos el dado A contra el C, resulta que el C es mejor, porque gana un 56 por 100 de las veces, tal y como se muestra en la tercera cuadrícula. Por eso estos dados se llaman «no transitivos», porque no siguen la convención normal de la transitividad, igual que las armas del PPT. Como hemos mencionado antes, las normas del PPT dictan una jerarquía circular no convencional, no una sencilla jerarquía de arriba abajo.

Las relaciones no transitivas son absurdas y ponen a prueba el sentido común, y probablemente por eso fascinan a los matemáticos, ya sean guionistas de *Los Simpson*, profesores universitarios… o incluso el inversor

con más éxito del mundo, Warren Buffett, que tiene un patrimonio neto de aproximadamente cincuenta mil millones de dólares. La foto de Buffett en el anuario escolar de 1947 del Instituto Woodrow Wilson lleva la perspicaz leyenda: «Le gustan las matemáticas; futuro corredor de bolsa».

DADO A

DADO B	3	3	5	5	7	7
2	A	A	A	A	A	A
2	A	A	A	A	A	A
4	B	B	A	A	A	A
4	B	B	A	A	A	A
9	B	B	B	B	B	B
9	B	B	B	B	B	B

DADO B

DADO C	2	2	4	4	9	9
1	B	B	B	B	B	B
1	B	B	B	B	B	B
6	C	C	C	C	B	B
6	C	C	C	C	B	B
8	C	C	C	C	B	B
8	C	C	C	C	B	B

DADO C

DADO A	1	1	6	6	8	8
3	A	A	C	C	C	C
3	A	A	C	C	C	C
5	A	A	C	C	C	C
5	A	A	C	C	C	C
7	A	A	A	A	C	C
7	A	A	A	A	C	C

Cada cuadrícula muestra todos los posibles resultados cuando se tiran dos dados compitiendo entre sí. En la primera cuadrícula, el dado A contra el dado B, se ve que en el cuadrado superior izquierdo está marcado con la A y sombreado de gris claro, porque el dado A gana si saca un 3 y el dado B saca un 2. Sin embargo, en el cuadrado inferior derecho está marcada la B y sombreada de gris oscuro, porque el dado B gana si saca un 9 y el dado A saca un 7. Teniendo en cuenta todas las posibles combinaciones, el dado A gana un 56 por 100 de las veces aproximadamente como promedio contra el dado B.

Buffett es un conocido fan del fenómeno no transitivo, y a veces desafía a la gente a jugar a los dados. Sin dar ninguna explicación, tiende a su oponente tres dados no transitivos y le pide que escoja primero. El oponente siente que eso le confiere una ventaja, porque parece una oportunidad para seleccionar el «mejor» dado. Pero claro, no hay ningún dado mejor, y Buffett decide elegir deliberadamente el segundo para tener el privilegio de seleccionar el dado que es mejor que el elegido por su oponente. Buffett no tiene garantizado ganar, pero así las oportunidades están muy escoradas a su favor.

Cuando Buffett intentó ese truquito suyo con Bill Gates, el fundador de Microsoft sospechó de inmediato. Pasó un rato examinando los dados y luego sugirió educadamente que Buffett eligiera primero.

CAPÍTULO 9

HASTA EL INFINITO Y MÁS ALLÁ



«El club de los “patteos” muertos» (1990) cuenta la historia de una partida de minigolf en la cual Bart Simpson juega con Todd Flanders, el hijo del vecino, Ned Flanders. Es un enfrentamiento con una apuesta muy alta, porque al padre del perdedor le espera un destino terrible. Tendrá que cortar el césped del ganador con un vestido de su mujer puesto.

Durante una tensa conversación entre los dos padres, Homer y Ned invocan el infinito para reforzar sus posiciones:

HOMER:
¡Mañana a esta hora llevará zapatos de tacón!

NED:
No, usted.

HOMER:
Usted.

NED:
Usted

HOMER:
Usted.

NED:
¡Usted!

HOMER:

¡Infinitas veces!

NED:

¡Infinitas veces más una!

HOMER:

¡Oh!

Pregunté a cuál de los guionistas se le ocurrió este diálogo, pero nadie supo responderme. Esto no resulta sorprendente, ya que este guión se escribió hace más de dos décadas. Sin embargo, en general estaban de acuerdo en que la intrascendente discusión de Homer y Ned habría desbaratado el proceso de escritura del guión, ya que seguramente debió de desencadenar un debate sobre la naturaleza del infinito. De modo que ¿es más infinito más uno que infinito a secas? ¿Tiene sentido la frase o es solo un galimatías? ¿Se puede probar?

Intentando responder a estas preguntas, los matemáticos que preparaban el guión sin duda mencionaron el nombre de Georg Cantor, que nació en San Petersburgo, Rusia, en 1845. Cantor fue el primer matemático que realmente se enfrentó al significado del infinito. Sin embargo, sus explicaciones siempre fueron profundamente técnicas, de modo que fue el eminente matemático alemán David Hilbert (1862-1943) quien transmitió la investigación de Cantor. Hilbert tenía una gran habilidad para encontrar analogías que hicieran más comprensibles y digeribles las ideas de Cantor sobre el infinito.

Una de las explicaciones más celebradas del infinito por parte de Hilbert suponía un edificio imaginario conocido como hotel Hilbert, un gran hotel con un número infinito de habitaciones, y cada puerta marcada con el número 1, 2, 3, y así sucesivamente. Una noche especialmente ajetreada en que todas las habitaciones están ocupadas, aparece un nuevo huésped con una reserva. Afortunadamente el doctor Hilbert, que es el dueño del hotel, tiene una solución. Les pide a todos sus huéspedes que se trasladen de su habitación actual a la siguiente del hotel. De modo que el huésped de la habitación 1 se va a la 2, el de la 2 se va a la 3, y así sucesivamente. Todo el mundo sigue teniendo una habitación, pero ahora la habitación número 1

está vacía y disponible para el nuevo huésped. Esta explicación sugiere (y se puede probar de forma más rigurosa) que infinito más uno es igual a infinito; una conclusión paradójica, quizá, pero desde luego es innegable.

Eso significa que Ned Flanders está equivocado cuando piensa que puede superar el infinito de Homer con un infinito más uno. De hecho, Flanders estaría equivocado aunque intentase ganar la pelea con «infinito más infinito», como demuestra otra estampa del hotel de Hilbert.

El hotel está lleno otra vez, y llega un coche infinitamente largo. El cochero le pregunta al doctor Hilbert si el hotel puede acomodar a sus pasajeros, en número infinito. Hilbert no se inmuta. Pide a todos sus huéspedes actuales que se trasladen a un número de habitación que sea el doble de su número actual, de modo que el huésped de la habitación 1 se traslada a la 2, el de la 2 se traslada a la 4, y así sucesivamente. La cantidad de huéspedes infinita existente ahora ocupa solo las habitaciones con número par, y quedan vacantes por tanto un número infinito de habitaciones con número impar. De esa forma el hotel es capaz de proporcionar habitaciones para el número infinito de pasajeros del coche.

Una vez más, esto parece paradójico. Se podría sospechar incluso que es absurdo, el resultado de filosofar desde una torre de marfil. Sin embargo, estas elucubraciones son algo más que puros sofismas. Los matemáticos llegan a estas conclusiones sobre el infinito, o sobre cualquier otro concepto, construyendo rigurosamente, paso a paso, sobre unos cimientos sólidos.

Esto queda bien claro en una anécdota en la cual un vicerrector de una universidad se queja del jefe de su Departamento de Física.

«¿Por qué los físicos siempre necesitan tanto dinero para laboratorios y equipos? ¿Por qué no pueden ser como los del Departamento de Matemáticas? Los matemáticos solo necesitan dinero para lápices, papel y papeleras. O incluso mejor: ¿por qué no pueden ser como el Departamento de Filosofía? Lo único que necesitan ellos es lápiz y papel».

La anécdota es una pulla contra los filósofos, que carecen del rigor de los matemáticos. Las matemáticas son una búsqueda meticulosa de la verdad, porque cada nueva propuesta se prueba implacablemente y luego o bien se acepta dentro del marco de los conocimientos o bien se descarta.

Aunque los conceptos matemáticos a veces puedan ser abstractos y crípticos, siguen teniendo que someterse a un proceso de intenso escrutinio.

De modo que el hotel Hilbert ha demostrado claramente que:

infinito = infinito + 1
infinito = infinito + infinito

Aunque la explicación de Hilbert evita las matemáticas técnicas, Cantor se vio obligado a sumergirse profundamente en la arquitectura matemática de los números para poder llegar a sus paradójicas conclusiones sobre el infinito, y sus esfuerzos intelectuales le pasaron factura. Sufrió varios brotes de depresión, pasó largos períodos en un sanatorio, y llegó a creer que estaba en comunicación directa con Dios. En realidad, otorgaba todo el mérito a Dios por ayudarle a desarrollar sus ideas y creía que el infinito era sinónimo de Dios: «Se realiza en la forma más completa, en un ser místico absolutamente independiente, *in Deo*, lo que yo llamo el Infinito Absoluto o simplemente Absoluto». El estado mental de Cantor empeoró al sufrir las críticas y burlas de los matemáticos más conservadores, que no podían aceptar sus conclusiones radicales sobre el infinito. Desgraciadamente, Cantor murió desnutrido y empobrecido en 1918.

Tras la muerte de Cantor, Hilbert elogió a su colega, que intentó afrontar las matemáticas del infinito, diciendo: «¡El infinito! Ninguna otra cuestión ha conmovido tan profundamente el espíritu del hombre; ninguna otra idea ha estimulado tan fructíferamente su intelecto; sin embargo, ningún otro concepto tiene una necesidad de aclaración más grande que el del infinito».

Dejó bien claro que en la batalla para comprender el infinito estaba del lado de Cantor: «Nadie nos sacará del paraíso que Cantor ha creado para nosotros».



Además de los ex matemáticos que trabajan en *Los Simpson*, el equipo de guionistas también ha incluido a científicos con interés por las matemáticas, como Joel H. Cohen (sin relación alguna con David S. Cohen), que estudió

ciencias en la Universidad de Alberta, en Canadá. También los estudios de Eric Kaplan en Columbia y Berkeley ponían énfasis en la filosofía de la ciencia, mientras que David Mirkin, que pensaba hacerse ingeniero eléctrico, pasó algo de tiempo en la Universidad Drexel de Filadelfia y en las instalaciones del Centro Experimental de Aviación Nacional, antes de entrar a trabajar en *Los Simpson*. George Meyer se graduó en bioquímica, y luego centró su atención en las matemáticas e hizo un intento fallido de inventar un sistema de apuestas a prueba de inútiles para las carreras de galgos. Fue un triunfo para el mundo de la comedia apartar a Meyer de las pistas de carreras de galgos y que llegara a ser uno de los guionistas de comedia más respetados de Los Ángeles.

Por tanto, siempre ha habido un montón de gente dispuesta a hablar de matemáticas durante las reuniones de guión. Pero, a pesar de su afición a las diversiones crípticas, los guionistas de *Los Simpson* se dieron cuenta de que un seminario sobre el infinito, Cantor y el hotel Hilbert podía ser una distracción, si tenía lugar justo en medio de una sesión de reescritura del guión. Afortunadamente encontraron una solución, una solución que alentaría muchas discusiones matemáticas sin interrumpir el proceso de escritura del guión: el Club de Mates.

La idea del club fue resultado de una conversación en un bar de Los Ángeles entre Matt Warburton y Roni Brunn. Warburton, que había estudiado neurociencias cognitivas en la Universidad de Harvard, entró a formar parte de los guionistas de *Los Simpson* poco después de que empezase la serie, y permaneció en el equipo más de diez años. Brunn formaba parte de la escena de la comedia mientras estudiaba en Harvard, y había sido editora del *Harvard Lampoon*, pero su carrera se centró sobre todo en la moda y la música, después de graduarse.

«El Club de Mates empezó al darme cuenta con tristeza de que estaba perdiendo agudeza mental después de graduarme en la universidad», recuerda Brunn. «Me daban envidia los clubes del libro. Lo que yo quería no era leer novelas, sino un entorno social para discusiones intelectuales. Una noche en un bar le estaba diciendo a Matt Warburton que no es justo que solo haya clubes de libros, y que debería haber también un club de mates. Él me respondió con un “sí” evasivo, y siguió bebiéndose la cerveza.

Hablamos de los numerosos guionistas de *Los Simpson* que tenían formación matemática, y eso bastó para animarme a empezar».

Contrariamente a lo que habría aconsejado Brad Pitt, la primera norma del Club de Mates es que hables del Club de Mates. De hecho, se alentaba el proselitismo. Los miembros originales eran los guionistas de *Los Simpson*, pero el Club de Mates estaba abierto también a profesores, investigadores y cualquiera de Los Ángeles que estuviera interesado en las matemáticas.

La primera reunión del Club de Mates tuvo lugar en el apartamento de Brunn en septiembre de 2002. La charla inaugural se titulaba «Números surrealistas», y la pronunció J. Stewart Burns, que había empezado a trabajar en un doctorado en matemáticas antes de incorporarse a *Los Simpson*. Uno a uno, los colegas de Burns pronunciaron también sus charlas en el Club de Mates, con títulos como «Introducción a la teoría gráfica» o «Selección aleatoria de problemas de probabilidad».

Aunque el Club de Mates era una reunión informal de amigos y colegas con un interés común, las charlas a menudo poseían unas credenciales académicas impecables. Ken Keeler, cuya conferencia se tituló «Subdivisión de un cuadrado», es uno de los guionistas más dotados matemáticamente de *Los Simpson*. Se graduó *summa cum laude* en la Universidad de Harvard, con lo cual se le reconoció que era uno de los matemáticos más brillantes que lograron completar la licenciatura en el curso de 1983. Luego se trasladó a la Universidad de Stanford y estudió un máster en ingeniería eléctrica, y después volvió a Harvard, donde hizo un doctorado en matemáticas aplicadas con una tesis doctoral titulada concisamente: «Representaciones en mapa y codificación óptima de la segmentación de la imagen». A continuación Keeler entró a trabajar en los Laboratorios AT&T Bell de New Jersey, cuyos investigadores han ganado siete premios Nobel. Durante este período, Keeler se cruzó en el camino de Jeff Westbrook. Ambos estaban activos en la misma área de investigación y publicaron juntos un artículo titulado «Codificación breve de gráficos en planos y mapas»[15]. También fueron coautores de un guión para la serie de ciencia ficción de televisión *Star Trek*: *espacio profundo nueve*, en la cual

dos humoristas de monólogos iniciaban una guerra tras insultar a todos los *aliens* del público durante su actuación.

El Club de Mates fue aumentando su tamaño, poco a poco. A veces, para poder acomodar a todos los miembros, era necesario celebrar sus sesiones fuera, y usar una sábana colgada como improvisada pantalla de proyección. Los mayores públicos, casi cien personas, se reunían para oír a los matemáticos de renombre, como el doctor Ronald Graham, el científico jefe del Instituto para las Telecomunicaciones y la Tecnología de la Información de California ($Cal(IT)^2$). Por cierto, Graham era también muy conocido por haber publicado en coautoría más de dos docenas de artículos con Paul Erdős, y fue la figura más importante que popularizó la idea de los números de Erdős. Otro motivo para la fama de Graham es el «número de Graham», que estableció el récord en 1977 del numero de mayor tamaño usado jamás en un artículo matemático. Para comprender un poco su tamaño, consideremos el «volumen de Planck», que es la unidad de volumen más pequeña en física. Es posible comprimir 10^{73} volúmenes semejantes en un solo átomo de hidrógeno. Si los dígitos del número de Graham tuvieran que escribirse en el tejido del cosmos, de modo que cada dígito ocupase solo un volumen de Planck, entonces todo el universo visible no sería lo suficientemente grande para contenerlo. Resulta reconfortante saber que los últimos diez dígitos son 2464195387.

Una de las conferencias más memorables del Club de Mates la pronunció David S. Cohen, creador de *El último teorema de Homer*. La charla de Cohen fue especial porque se dedicó a explicar la investigación que había llevado a cabo antes de convertirse en guionista de comedias. Habiéndose graduado en la Universidad de Harvard, Cohen pasó luego un año en el Laboratorio de Robótica de Harvard, y después cursó un máster en informática en la Universidad de Berkeley, California. Mientras estaba en Berkeley, llevó a cabo una investigación sobre el llamado «problema de las tortitas», y este tema formó la base de su conferencia del Club de Mates.

El problema de las tortitas lo planteó por primera vez en 1975 Jacob E. Goodman, un geómetra de la Universidad City College de Nueva York, usando el pseudónimo de Harry Dweighter (pronunciado como *harried waiter*, «camarero agobiado»). Escribió:

> El chef de nuestro negocio es descuidado, y cuando prepara una pila de tortitas, todas son de distintos tamaños. Por tanto, cuando las servimos a los clientes, de camino a la mesa las ordeno un poco, de modo que las más pequeñas queden encima, las de mayor tamaño debajo de todo cogiendo varias de encima e intercalándolas, y lo repito (variando el número de las que cambio) tantas veces como sea necesario. Si hay *n* tortitas, ¿cuál es el máximo número de cambios (como una función de *n*) que tendré que hacer para ordenarlas?

En otras palabras, si Homer visita la Casa Municipal de la Tortita de Springfield, tal y como aparece en «El retorcido mundo de Marge Simpson» y el camarero le sirve *n* tortitas en un orden de tamaño aleatorio, ¿cuántos cambios se requerirán para ponerlas en el orden correcto, en el peor de los casos? Este número de cambios se conoce como el número T_n. El desafío consiste en encontrar una fórmula que prediga T_n.

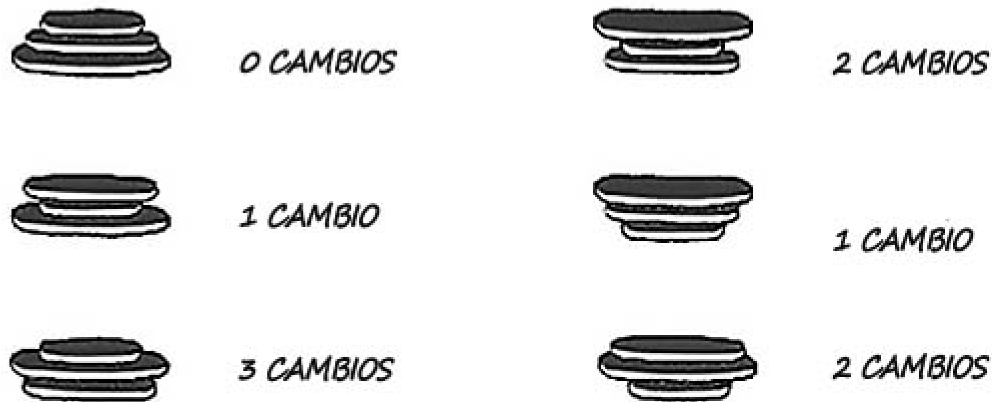
El problema de ordenar las tortitas inmediatamente captó el interés de los matemáticos por dos motivos. Primero, parecía ofrecer posibles explicaciones para resolver problemas de informática, porque reordenar tortitas tiene ciertos paralelismos con reordenar datos. Segundo, era un acertijo engañosamente difícil, y los matemáticos adoran los problemas que resultan casi imposibles.

Algunos datos sencillos ilustran el problema. Primero: ¿cuál es el número de cambios para una sola tortita? La respuesta es cero, porque la tortita única no puede llegar en un orden equivocado. Así que $T_1 = 0$.

A continuación, ¿cuál es el número de cambios para dos tortitas? O bien las tortitas llegan en el orden correcto o bien en el orden inverso. El peor de los casos es fácil de identificar, y requiere solo un cambio dar la vuelta a las dos tortitas de inmediato para colocarlas en el orden correcto. De modo que $T_2 = 1$.

A continuación, ¿cuál es el número de cambios para tres tortitas? Esto es más complejo porque existen seis posibles disposiciones de entrada. Dependiendo del orden de entrada, el número de cambios requeridos para

llegar a la ordenación correcta varía de cero a tres en el peor de los casos, de modo que $T_2 = 3$.



En la mayoría de los casos, uno mismo puede averiguar cómo obtener el orden correcto con el número de cambios apropiado. Sin embargo, en el peor de los casos, el proceso de reordenación no es obvio, de modo que aquí abajo se ven estas series de tres cambios. Cada fila indica la acción de un cambio, es decir, dónde se inserta la espátula y el orden de las tortitas después del cambio.







A medida que va aumentando la pila de tortitas, el problema se vuelve cada vez más difícil, ya que cada vez hay más disposiciones iniciales posibles y un número creciente de posibles procedimientos de cambio. Y peor aún: parece que no hay patrón alguno en la serie de números (T_n).

Aquí tenemos los primeros diecinueve números de tortita:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T	0	1	3	4	5	7	8	9	10	11
n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
T	13	14	15	16	17	18	19	20	22	?

Debido a lo difícil que resulta calcular todas las permutaciones de tortitas y posibles estrategias de cambio, ni siquiera los ordenadores más potentes han podido calcular el vigésimo número de tortita. Y después de más de tres décadas, nadie ha sido capaz de prescindir de la pura fuerza bruta computacional y encontrar una ecuación inteligente que prediga esos números. Hasta el momento, el único avance ha sido encontrar ecuaciones que establezcan los límites del número *T*. En 1979 se demostró que el límite superior para el número *T* era menor que $(5n + 5)/3$ cambios. Eso significa que podemos tomar una cantidad de tortitas absurdamente grande, como mil por ejemplo, y saber con toda seguridad que el número *T* (es decir, el número de cambios requeridos para reordenar las tortitas por tamaños, en el peor de los casos) sería menor a

$$\frac{(5 \times 1000) + 5}{3} = 1668{,}333$$

De modo que, dado que no se puede realizar un tercio de giro, T_{1000} será menor o igual a 1668. Este resultado es famoso, porque fue publicado en un artículo en coautoría por William H. Gates y Christos H. Papadimitrou. William H. Gates es más conocido como Bill Gates, cofundador de Microsoft, y se cree que fue el único artículo de investigación que publicó.

El artículo de Gates, basado en trabajos que hizo como estudiante en Harvard, también menciona una variación tortuosa del problema. En el «problema de la tortita quemada» intervienen tortitas que se han quemado por un lado, de modo que el desafío consiste en colocarlas en la posición correcta (con la parte quemada hacia abajo) así como ordenarlas correctamente por tamaño. Este problema fue tratado por David S. Cohen cuando estaba en Berkeley.

Cohen escribió un artículo[16] sobre el problema de las tortitas quemadas en 1995, que estableció los límites inferior y superior para cambiar de sitio las tortitas quemadas entre $3n / 2$ y $2n - 2$. Si volvemos a usar el ejemplo de las mil tortitas, pero en esta ocasión quemadas, veremos que el número de cambios requeridos para reordenarlas es de entre 1500 y, en el peor de los casos, 1998.

Esto es lo que hace únicos a los guionistas de *Los Simpson*. No solo asisten al Club de Mates, sino que también pronuncian conferencias rigurosas, e incluso son autores de serios artículos de investigación matemática.

David S. Cohen explicaba una anécdota que muestra que hasta los propios guionistas se sorprenden a veces del nivel de proezas matemáticas que alcanza el equipo: «Yo había escrito un artículo sobre los datos de las tortitas con la ayuda de mi asesor, Manuel Blum, que es un conocido informático, y lo enviamos a una revista llamada *Discrete Applied Mathematics*. A continuación dejé el curso de posgrado para escribir los guiones de *Los Simpson*. Después de que se aceptara el artículo, hubo un lapso extremadamente largo hasta que se publicó, y yo ya llevaba un tiempo trabajando en *Los Simpson*, y también habían contratado a Ken Keeler por aquel entonces. Así que al final apareció el artículo y yo llegué con las copias del artículo y dije: “Mirad, me han publicado un artículo en *Discrete Applied Mathematics*”. Todo el mundo se quedó muy impresionado excepto Ken Keeler, que dijo: “Ah, sí, yo también publiqué en esa revista hace un par de meses”».

Con una sonrisa irónica, Cohen se lamentaba: «O sea, que vengo a escribir guiones para *Los Simpson*, ¿y ni siquiera puedo ser el único

guionista de la serie que tiene publicado un artículo en *Discrete Applied Mathematics*?».

CAPÍTULO 10

EL TEOREMA DEL ESPANTAPÁJAROS



Normalmente no se considera a Homer Simpson un superdotado intelectual, sino que más bien disfruta de la reputación de ser uno de los ciudadanos más simples de Springfield. En «Homer contra la decimoctava enmienda» (1997), ofrece un brindis que explica su sencilla filosofía de la vida: «¡Por el alcohol! La causa y la solución de todos los problemas de la vida».

Sin embargo, los guionistas de vez en cuando permiten que Homer se suelte la melena para poder explorar el aspecto más *nerd* de su carácter. Ya lo vimos en el episodio de 1998 «El mago de Evergreen Terrace», y también hay otros episodios en los cuales Homer demuestra que puede ser el ejemplo perfecto del orgullo *geek*. Por ejemplo, la publicación científica más prestigiosa del mundo, *Nature*, lo alababa por un comentario que hace en el episodio «Disolución del Consejo Escolar» (1995). Después de sorprender a su hija intentando construir una máquina de movimiento perpetuo, la pone en su sitio con firmeza: «¡Lisa, en esta casa todos obedecemos las leyes de la termodinámica!».

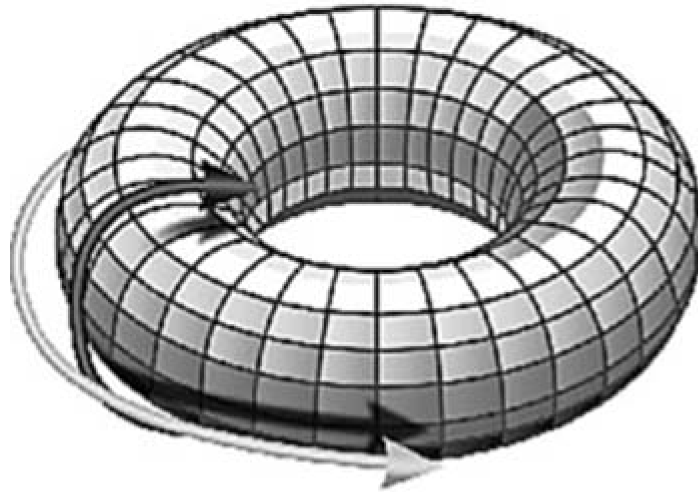
Además de repetir como un lorito las principales leyes científicas, Homer de vez en cuando es quien fija la agenda científica. En «EEIEI (Gesto de disgusto)» (1999) quiere dedicarse a la agricultura, y espolvorea plutonio en sus campos para mejorar su cosecha. Las plantas resultantes, claro está, son mutantes. Homer llama a su nueva cosecha «tomaco», porque las plantas tienen el aspecto externo de tomates pero contienen tabaco en su interior.

Rob Bauer, un fan de *Los Simpson* de Oregón, vio el episodio y se inspiró para replicar el logro de Homer. En lugar de usar material

radiactivo, injertó raíces de tabaco en una tomatera, y esperó a ver lo que ocurría. No era una idea completamente descabellada, porque tanto los tomates como el tabaco pertenecen a la familia de las plantas solanáceas, de modo que hacer injertos entre tales plantas podría permitir que las propiedades de una se transfiriesen a la otra. En realidad, las hojas de la tomatera de Bauer contenían nicotina, demostrando así que los hechos científicos pueden resultar casi tan extraños como la ciencia ficción.

Los guionistas también permitieron que floreciese el aspecto intelectual de Homer en «Salvaron el cerebro de Lisa», un episodio ya descrito en el capítulo 7. Después de que el profesor Stephen Hawking salvase a Lisa de una multitud aullante, el episodio acaba con Hawking charlando con el padre de Lisa en la taberna de Moe, donde se siente impresionado por las ideas de Homer sobre cosmología: «Su teoría de un universo con forma de rosquilla es interesante, Homer…, tal vez se la plagie».

Suena ridículo, pero los cosmólogos con mentalidad matemática afirman que el universo en realidad podría tener la forma de una rosquilla. Para explicar cómo es posible esa forma geométrica, simplifiquemos el universo imaginando que todo el cosmos está aplastado y en lugar de tres dimensiones tiene dos, de modo que todo existe en una hoja de papel. El sentido común sugiere que esa hoja universal sea plana y esté extendida hacia el infinito en todas direcciones. Pero la cosmología raramente es un asunto de sentido común. Einstein nos enseñó que el espacio se puede doblar, cosa que nos lleva a toda clase de posibilidades. Por ejemplo, imaginemos que esa hoja universal no es infinita, sino que por el contrario tiene cuatro bordes, de modo que parece más bien una hoja grande y rectangular de goma. A continuación imagine que une los dos extremos largos de la hoja, formando así un cilindro, y luego conecta los dos extremos del cilindro, de modo que toda la hoja se ha transformado en una rosquilla hueca. Ese es exactamente el tipo de universo del que hablaban Hawking y Homer.



Si usted viviera en la superficie de ese universo-rosquilla, podría seguir la flecha gris y al final volver a su posición inicial. O bien podría seguir la flecha negra y, de nuevo, acabaría donde empezó. El universo de la rosquilla se comporta como el paisaje espacial de *Asteroides*, el videojuego de Atari más vendido de todos los tiempos. Si la nave del jugador vuela hacia el este, deja la pantalla por la derecha y vuelve por la izquierda, regresando finalmente a su posición original. De forma similar, si la nave se dirige hacia el norte, entonces deja la parte superior de la pantalla y entra por la parte inferior, volviendo al final al lugar donde empezó.

Por supuesto, hemos discutido la teoría solo en términos de dos dimensiones, pero dentro de las leyes de la física, es permisible que un universo tridimensional se enrolle en forma de cilindro y luego de una rosquilla. Para los no matemáticos es casi imposible visualizar la manipulación de espacios tridimensionales de esta manera, pero Hawking y Homer comprenden que la rosquilla es una realidad perfectamente viable para la forma de nuestro universo. Como dijo una vez el científico británico J. B. S. Haldane (1892-1964): «Mi sospecha es que el universo no solo es mucho más raro de lo que suponemos, sino más raro de lo que podemos siquiera llegar a suponer».

En otros episodios, los guionistas crean un evento desencadenante que galvaniza el cerebro de Homer, que a su vez le permite sobresalir en las matemáticas. En «HOMЯ» (2001), Homer se extrae un lápiz de cera que tenía alojado en el cerebro y se da cuenta de repente de que mediante el

cálculo puede probar que Dios no existe. Le enseña la prueba a Ned Flanders, su vecino temeroso de Dios, y este en principio no se cree la afirmación de Homer de que ha hecho que Dios se desvaneciera entre una nubecilla de lógica. Flanders examina la prueba y murmura: «Bueno, eso habrá que verlo… mmm. Bueno, tal vez se haya equivocado… No. Es irrefutable. No puedo permitir que este secretito se airee». Incapaz de encontrar fallo alguno que desmienta la lógica de Homer, Flanders quema la prueba.

Esta escena es un homenaje a uno de los episodios más famosos de la historia de las matemáticas, cuando el matemático más grande del siglo XVIII, Leonhard Euler, pretendió probar lo contrario de la conclusión de Homer, es decir, que Dios sí que existe. El incidente tuvo lugar mientras estaba en la corte de Catalina «la Grande», en San Petersburgo. Catalina y sus cortesanos se estaban preocupando cada vez más por la influencia del filósofo francés que les visitaba, Denis Diderot, que era ateo declarado. Parece que a Diderot le aterrorizaban las matemáticas, y por tanto pidieron a Euler que construyera una falsa ecuación que aparentemente probase la existencia de Dios, y así pusiera fin a las herejías de Diderot. Cuando se enfrentó públicamente con la complicada ecuación de Euler, Diderot se quedó sin habla. Después de aquel humillante encuentro Diderot se convirtió en el hazmerreír de todo San Petersburgo, y en seguida pidió permiso para regresar a París.

El cerebro matemático de Homer recibe otro impulso temporal en «$pringfield o cómo aprendí a amar el juego legalizado» (1993). Al principio del episodio, Henry Kissinger (inexplicablemente) está haciendo una gira por el lugar de trabajo de Homer, la Central Nuclear de Springfield. Al antiguo secretario de estado de Estados Unidos se le caen sus características gafas en el inodoro cuando visita uno de los lavabos de la central. Demasiado tímido para cogerlas y demasiado avergonzado para hablarle a nadie de sus gafas perdidas, Kissinger murmura entonces para sí: «Nadie debe saber que se le han caído las gafas en el váter al hombre que redactó los acuerdos de paz de París».

Poco después Homer visita el mismo aseo y descubre las gafas en el váter. Por supuesto, no puede resistir la tentación de ponérselas, y las gafas

parecen dotarle con los mismos poderes del cerebro de Kissinger. Mientras está todavía en el lavabo, Homer incluso empieza a repetir como un loro una fórmula matemática:

«La suma de la raíz cuadrada de dos lados cualesquiera de un triángulo isósceles es igual a la raíz cuadrada del otro lado».

Al principio parece una formulación sencilla del teorema de Pitágoras, pero de hecho no está bien, en varios aspectos. El teorema de verdad dice:

«El cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de los cuadrados de los catetos».

La diferencia más obvia es que la afirmación de Homer se refiere a triángulos isósceles, mientras que el teorema de Pitágoras se refiere a triángulos rectángulos. Recordarán por el colegio que un triángulo isósceles tiene dos lados iguales, mientras que un triángulo rectángulo no tiene restricción alguna en cuanto a la longitud de sus lados, mientras uno de los ángulos sea recto.

Hay dos problemas en cuanto a la afirmación de Homer. Primero, habla de «raíces cuadradas» de la longitud, mientras que el teorema de Pitágoras habla del «cuadrado» de la longitud. Segundo, el teorema de Pitágoras relaciona la hipotenusa (el lado más largo) del triángulo rectángulo con los otros dos lados, mientras que Homer relaciona «cualquiera de los dos lados» del triángulo isósceles con «el otro lado». «Cualquiera de los dos lados» podrían ser los dos lados iguales o uno de los lados iguales y el lado desigual.

Los diagramas y ecuaciones de abajo resumen e iluminan las diferencias entre la afirmación de Homer y el teorema de Pitágoras. Homer ha tomado una pieza habitual de las matemáticas y le ha dado un giro, creando por tanto una modificación del teorema de Pitágoras, llamémosla la conjetura Simpson. La diferencia entre un teorema y una conjetura es que el primero ha resultado ser cierto, mientras que la última no se ha probado ni desmentido… todavía.

CONJETURA DE SIMPSON	a a b	(1) $\sqrt{a} + \sqrt{a} = \sqrt{b}$ y (2) $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a}$
TEOREMA DE PITÁGORAS	c a b	$a^2 + b^2 = c^2$

La conjetura de Simpson concierne a «todos» los triángulos isósceles, de modo que si intentamos probarla, deberíamos demostrar que es cierta para una infinidad de triángulos. Sin embargo, si lo que intentamos es desmentir la conjetura de Simpson, entonces bastaría con encontrar un solo triángulo que no cumpliera la conjetura. Como desmentir parece más fácil que probar, veamos si podemos encontrar un contraejemplo que desmonte la conjetura.

Consideremos un triángulo isósceles con dos lados de una longitud de 9 y una base de 4. ¿Iguala la suma de las raíces cuadradas de cualquiera de los dos lados de ese triángulo isósceles la raíz cuadrada del lado restante?

$\sqrt{9} + \sqrt{9} = \sqrt{4}$ implica que $3 + 3 = 2$, que es erróneo
$\sqrt{9} + \sqrt{4} = \sqrt{9}$ implica que $3 + 2 = 3$, que también es erróneo

En ninguno de los dos casos las raíces cuadradas dan ese resultado, de modo que la conjetura es falsa.

Homer no estuvo ahí en su mejor momento, obviamente, pero quizá no deberíamos juzgarle con demasiada severidad, ya que estaba bajo la influencia de las gafas de Kissinger. En realidad, si hay que culpar a alguien es a los guionistas.

Josh Weinstein, que era guionista del episodio junto con Bill Oakley, me explicó cómo se desarrolló la escena, y por qué contenía una conjetura tan absurda: «Esa broma se desarrolló retrospectivamente, porque

necesitábamos que el señor Burns, el jefe de Homer, pensara que Homer era listo. Nos preguntamos: "¿y cómo va a pensar que Homer es listo? Ah, sería divertido que encontrara unas gafas en el váter. ¿Y a quién podrían pertenecer las gafas? ¡A Henry Kissinger!". Nos gusta Henry Kissinger (y todo lo referente a la época de Nixon) y nos pareció que podía ser amigo del señor Burns».

El guión necesitaba entonces una frase que demostrarse la recién adquirida confianza de Homer en su propia inteligencia. En ese momento el equipo de guionistas se puso a trabajar, y uno de los guionistas matemáticos se dio cuenta de que la situación de Homer tenía grandes paralelismos con una de las escenas finales de *El mago de Oz* (1939)[17]. Cuando Dorothy sigue el camino de ladrillos amarillos hacia Oz, va acompañada por el León Cobarde, que va en busca del valor, el Hombre de Hojalata, que va buscando un corazón, y el Espantapájaros, que busca un cerebro. Se dice que el Espantapájaros representa a un típico granjero de Kansas honrado y sencillo, que probablemente tiene un tremendo sentido común, pero que ha carecido de educación formal. Cuando al final encuentran al Mago, este es incapaz de proporcionarle un cerebro al Espantapájaros, pero le recompensa con un diploma, y en ese momento el Espantapájaros exclama: «La suma de la raíz cuadrada de los dos lados de un triángulo isósceles es igual a la raíz cuadrada del otro lado».

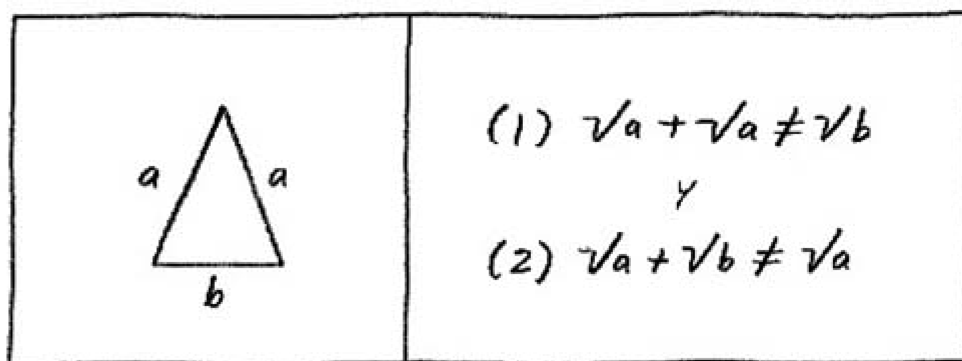
De modo que Homer estaba citando una frase que originalmente pronunciaba el Espantapájaros en *El mago de Oz*. La conjetura de Simpson en realidad es la conjetura del Espantapájaros. Los guionistas de *Los Simpson* estaban usando la misma pseudoconjetura matemática, porque el descubrimiento de Homer de las gafas de Kissinger y la recepción del diploma por parte del Espantapájaros tenían el mismo efecto en los personajes en cuestión, en el sentido de que después tanto Homer como el Espantapájaros tenían mucha más confianza en su capacidad intelectual.

Solo una pequeñísima cantidad de espectadores se dieron cuenta de que Homer estaba reciclando la conjetura del Espantapájaros. Se podría decir que esos espectadores ocupaban la confluencia en el diagrama de Venn que tiene a los fans obsesivos de *El mago de Oz* en un conjunto y a los matemáticos en el otro conjunto. Esta confluencia incluye a James Yick,

Anahita Rafiee y Charles Beasley, alumnos del Departamento de Matemáticas e Informática de la Universidad Estatal de Augusta, Georgia, que examinaron la escena original de *El mago de Oz*. Ellos no creían la teoría de que el Espantapájaros en realidad debía citar el teorema de Pitágoras, pero el actor que interpretaba al Espantapájaros, Ray Bolger, cometió un error que no se percibió hasta que ya era demasiado tarde. Por el contrario, esos matemáticos afirmaban que los guionistas de *El mago de Oz* distorsionaron deliberadamente el teorema de Pitágoras. Afirman: «Tenemos la sensación de que fue un acto de sabotaje deliberado, por la velocidad a la que el actor dice esas frases, que sugiere mucha práctica, y por los tres errores obvios al decir esas frases… ¿Estaban intentando los guionistas dar su punto de vista sobre el valor real que tienen los diplomas? ¿Intentaban poner de relieve la falta de conocimientos entre los espectadores en su conjunto, queriendo decir que todos somos “espantapájaros”, como una pequeña broma entre ellos?».

Aparte de sus posibles orígenes y la motivación que se halla tras ella, la conjetura del Espantapájaros es indudablemente falsa, pero inspiró a los tres matemáticos de la Estatal de Augusta a investigar la conjetura contraria a la del Espantapájaros, conocida como «conjetura del pájaro», que afirma:

«La suma de la raíz cuadrada de dos lados cualesquiera de un triángulo isósceles “nunca” es igual a la raíz cuadrada del otro lado».



¿Es cierta entonces la conjetura de Yick, Rafiee y Beasley? Podemos comprobarlo examinando las dos ecuaciones. Empezando con la ecuación (1), podemos replantearla y ordenarla ligeramente:

$$\sqrt{a} + \sqrt{a} \neq \sqrt{b}$$
$$2\sqrt{a} \neq \sqrt{b}$$
$$4a \neq b$$
$$a \neq \tfrac{1}{4}b$$

Esta ecuación final establece que nunca puede ser cierto que la longitud *a* sea solo de una cuarta parte de la base *b*. En realidad ese es el caso, porque *a* debe ser mayor que ½*b*, o de otro modo los tres lados del triángulo jamás se tocarían entre sí. Un vistazo rápido al triángulo que hemos dibujado en la página anterior debería dejarlo bien claro.

Habiendo demostrado que la ecuación (1) es válida, comprobemos la ecuación (2):

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a}$$
$$\sqrt{b} \neq 0$$
$$b \neq 0$$

En otras palabras, la ecuación (2) establece que la base de un triángulo isósceles no puede tener una longitud de cero. Esto es cierto, porque de lo contrario tendríamos un triángulo con solo dos lados. Estos lados se superpondrían, de modo que al final en realidad tendríamos un triángulo ¡con un solo lado!

Por tanto, podemos estar seguros de que nunca es posible que la suma de las raíces cuadradas de dos lados cualesquiera de un triángulo isósceles sean iguales a la raíz cuadrada del lado que nos queda. No es un descubrimiento demasiado profundo, pero la conjetura del pájaro puede elevarse ya al estatus de teorema del pájaro.

La conjetura de Simpson resultó no ser más que una reformulación de la conjetura del Espantapájaros, que en cualquier caso resultó falsa. Pero existe un consuelo para la familia Simpson, porque varios conceptos importantes (y válidos) de matemáticas llevan su nombre.

Por ejemplo, la «paradoja Simpson» se puede considerar una de las paradojas más desconcertantes de las matemáticas. Fue popularizada e investigada por Edward H. Simpson, que se interesó por las estadísticas mientras trabajaba en Bletchley Park, el cuartel general secreto británico de descodificación durante la segunda guerra mundial.

Una de las mejores ilustraciones de la paradoja de Simpson se refiere a la Ley de Derechos Civiles Americanos de 1964, una ley histórica destinada a enfrentarse a la discriminación. La paradoja surge cuando examinamos con detalle los votos que obtuvo la ley por parte de demócratas y republicanos, cuando se presentó ante la Cámara de Representantes del Congreso de Estados Unidos.

En los estados del Norte, un 94 por 100 de demócratas votaron a favor de la ley, comparados con solo un 85 por 100 de republicanos. Es decir, que en el Norte votó a favor de la ley un porcentaje mayor de demócratas que de republicanos.

En los estados del Sur, un 7 por 100 de los demócratas votaron a favor de la ley, comparados con un 0 por 100 de republicanos. De modo que también en el Sur votó a favor de la ley un porcentaje mayor de demócratas.

La conclusión obvia es que los demócratas mostraron más apoyo por la Ley de Derechos Civiles que los republicanos. Sin embargo, si se suman las cifras de ambos estados, del Sur y del Norte, se ve que un 80 por 100 de republicanos votaron a favor de la ley, comparado con solo un 61 por 100 de demócratas.

En otras palabras: estoy diciendo que los demócratas votaron más que los republicanos en el Norte y en el Sur por separado en apoyo de la ley, pero los republicanos votaron más que los demócratas en el Norte y el Sur juntos… Esto suena ridículo, pero los hechos son innegables. Es la paradoja de Simpson.

Para entender esta paradoja, en lugar de hablar de porcentajes nos ayudará más mirar el número de votantes reales. En los estados del Norte, los que votaron por la ley fueron 145 de 154 demócratas (un 94 por 100), junto con 138 de 162 republicanos (un 85 por 100). De los estados del Sur, los que votaron por la ley fueron 7 de 94 demócratas (un 7 por 100) junto con cero de 10 republicanos (un 0 por 100). Como ya hemos dicho, el apoyo demócrata a la ley parece más fuerte que el respaldo republicano, tanto en los estados del Norte como en los del Sur. Sin embargo, la tendencia se invierte a nivel nacional, porque 152 de 248 demócratas (un 61 por 100) votaron por la ley, comparados con los 138 de 172 republicanos (un 80 por 100).

	Votos Norte	Votos Sur	Votos nacionales
Demócratas	145/154 94%	7/94 7%	152/248 61%
Republicanos	138/162 85%	0/10 0%	138/172 80%

De modo que ¿cómo resolvemos este ejemplo de la paradoja de Simpson? Hay cuatro puntos sobre los datos que arrojan luz al misterio. Primero, si comparamos los votos republicanos con los demócratas, tendremos que mirar los datos conjuntos (los totales nacionales combinados) que llevan a la conclusión de que los republicanos apoyaron mucho más la ley de Derechos Civiles que los demócratas. Eso tiene que ser lo esencial.

En segundo lugar, aunque pudiéramos buscar alguna diferencia entre el recuento de votos republicanos y demócratas, la diferencia realmente llamativa está entre los representantes del Norte y los del Sur, sin tener en cuenta a qué partido político pertenecen. El apoyo en el Norte es de un 90 por 100 más o menos, mientras que el apoyo en el Sur cae en picado hasta solo un 7 por 100. Si nos centramos en una variable (por ejemplo, demócratas contra republicanos), y prestamos menos atención a una variable más importante (por ejemplo, Norte contra Sur), entonces nos referimos a esta última como «variable de confusión».

En tercer lugar, los porcentajes pueden ayudar a establecer comparaciones en algunas situaciones, pero cuando hemos empezado a contemplar solo los porcentajes, no hemos tenido en cuenta el número real de votos, y por tanto no hemos podido ver el significado de los resultados en particular. Por ejemplo, el resultado del 0 por 100 en los republicanos del Sur suena muy condenatorio, pero solo había 10 representantes republicanos del Sur; si uno solo de los representantes republicanos del Sur hubiese votado a favor de la ley, entonces el apoyo republicano en el Sur habría aumentado del 0 al 10 por 100, y habría superado con mucho al apoyo demócrata, que era solo del 7 por 100.

Y finalmente, la parte más importante de los datos es la cantidad de votos de los demócratas sureños. El punto clave es que había mucho menos apoyo para la ley en los estados del Sur que en los estados del Norte, y los estados del Sur elegían predominantemente a demócratas. El escaso apoyo de los demócratas del Sur arrastró hacia abajo el promedio demócrata, y fue

el responsable último de invertir la tendencia, al examinar la totalidad de los datos.

Y lo más importante: los resultados de la votación por la Ley de Derechos Civiles de 1964 no son una anomalía estadística. Este tipo de inversión al interpretar los datos, la paradoja de Simpson, causa confusión en muchas otras situaciones, que van desde estadísticas deportivas a datos médicos.

Antes de acabar este capítulo, me gustaría subrayar que hay más Simpson en el mundo de las matemáticas. Por ejemplo, el nombre de Simpson quedó inmortalizado también en la «regla de Simpson», una técnica de cálculo que se puede usar para estimar el área bajo cualquier curva. Recibió su nombre del matemático británico Thomas Simpson (1710-1761), que a la edad de quince años llegó a ser profesor de matemáticas en Nuneaton, Inglaterra. Ocho años después, según el historiador Niccolò Guicciardini, cometió uno de esos errores que le pueden ocurrir a cualquiera, y «tuvo que huir a Derby en 1733 cuando él o su ayudante asustó a una chica al vestirse de demonios durante una sesión de astrología».

Y claro, también está el teorema de Carlson-Simpson, que no necesita explicación, excepto establecer que supone un sesgo del teorema de Hales-Jewett y se usa en la polémica Furstenberg-Katznelson. Pero estoy seguro de que no necesitan en absoluto que les cuente todo esto.

Y finalmente, está el inolvidable teorema de Bart[18].

EXAMEN III

Broma 1

Si los Teletubbies son producto del tiempo y el dinero, entonces:

Teletubbies = Tiempo × Dinero

Pero Tiempo = Dinero

⇒ Teletubbies = Dinero × Dinero

⇒ Teletubbies = Dinero^2

El dinero es la raiz de todo mal

Dinero =$\sqrt{Mal}$

Dinero^2 = Mal

⇒ Teletubbies = Mal

Broma 2

P: Si

$$\lim_{x \to 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

resuelva lo siguiente:

$$\lim_{x \to 5} \frac{1}{x-5} = ?$$

R: 5

Broma 3

Profesor:

—Si me pone Vd. un ejemplo de redundancia matemática aprueba la asignatura.

Alumno:

—Seno de theta.

—Muy bien. ¡Sobresaliente!

Broma 4

Tres matemáticos entran en una cafetería y se acerca la camarera.

—¿Queréis todos un café?

—No lo sé —contesta el primero.

—No lo sé —contesta el segundo.

—Sí —contesta el último.

Broma 5

—Ayer me compré un televisor con T al cuadrado partido por 2 más constante.

—¿Eh? ¿Pero eso qué es?

—Pues ¿qué va a ser? ¡TDT integrado!

CAPÍTULO 11

MATEMÁTICAS DE IMAGEN CONGELADA



Los Picapiedra, emitido por primera vez en 1960, fue un gran éxito en la franja de máxima audiencia para la cadena ABC, que emitió 166 episodios a lo largo de seis temporadas. Sin embargo, no habría ninguna otra serie de comedia animada en el horario de máxima audiencia hasta 1989, cuando *Los Simpson* empezó a emitir sus más de quinientos episodios. Al probar que una serie de dibujos animados podía atraer tanto a los jóvenes como a los mayores, *Los Simpson* inspiró otros programas como *Padre de familia* y *South Park*. Matt Groening y su equipo de guionistas también probaron que las comedias no requerían necesariamente risas enlatadas, y así abrieron camino para programas como *The office* de Ricky Gervais.

Otro aspecto pionero de *Los Simpson*, según el guionista Patric Verrone, ha sido el desarrollo del gag «de imagen congelada»: «Si no se inventó en *Los Simpson*, se perfeccionó en la serie. Es una broma que no se percibiría en el curso normal de la visión, de modo que hay que congelar la imagen para verla. Muchas de estas bromas suelen ser títulos de libros o carteles. Es difícil colocar cosas de este tipo en un programa en vivo». Los gags de imagen congelada, que pueden durar un solo fotograma o a veces algo más, se incluyeron en *Los Simpson* desde el principio. En «Bart, el genio», el primer episodio de *Los Simpson* como tales, vemos una biblioteca que contiene tanto la *Ilíada* como la *Odisea*. Si parpadeas, ya no los ves. La gracia, claro está, es que esos antiguos textos griegos fueron escritos por Homero.

Los gags de imagen congelada son una oportunidad para aumentar la densidad cómica del programa, pero también permiten a los guionistas

introducir referencias más oscuras que recompensan al espectador con ciertos conocimientos. En ese mismo episodio, uno de los alumnos enseña momentáneamente su fiambrera de la merienda de Anatoly Karpov. Karpov fue campeón de ajedrez mundial desde 1975 a 1985. Aparte de eso, es famoso porque tiene el récord de haber vendido el sello más valioso del Congo Belga, subastado a ochenta mil dólares en 2011. Si el espectador no hubiese visto ese gag, no se hubiese perdido nada. Sin embargo, si uno solo de los espectadores nota y aprecia la referencia, entonces los guionistas consideran que ha valido la pena el esfuerzo.

El gag de imagen congelada fue producto en gran medida de los avances técnicos. Un 65 por 100 de los hogares americanos poseían un reproductor de vídeo en 1989, cuando se lanzó *Los Simpson*. Eso significaba que los fans podían ver los episodios varias veces y hacer pausa en una escena cuando habían visto algo curioso. En aquella misma época, más de un 10 por 100 de los hogares tenían un ordenador doméstico, y solo unas pocas personas tenían acceso a internet. El año siguiente nació alt.tv.simpsons, un grupo de Usenet que permitía a los fans compartir, entre otras cosas, sus descubrimientos congelando la imagen.

Según Chris Turner, autor de *Planet Simpson*, la versión más extrema del humor de imagen congelada aparece en «Homer, hombre malo» de 1994, un episodio en el que un programa de investigación sensacionalista llamado *Rock Bottom* acusa falsamente a Homer de conducta lasciva. El presentador, Godfrey Jones, se ve obligado a disculparse en directo, y emite una rectificación que adquiere la forma de texto que va corriendo a toda velocidad por la pantalla. El espectador medio no ve nada más que un borrón, pero había treinta y cuatro gags de imagen congelada en cuatro segundos, todos ellos perfectamente legibles para cualquiera dispuesto a ir pausando el episodio y ver las rectificaciones fotograma a fotograma.

Lo fundamental era que los gags de imagen congelada ofrecían oportunidades a los guionistas matemáticos de *Los Simpson* para introducir algunas referencias que apelasen a los *nerds* más correosos. Por ejemplo, «Coronel Homer» (1992) supone la primera aparición del cine local, y los espectadores con vista de águila pueden observar que se llama Springfield Googolplex. Para apreciar esta referencia es necesario retroceder a 1938,

cuando el matemático americano Edward Kasner estaba conversando con su sobrino Milton Sirotta. Kasner mencionó casualmente que sería útil tener un nombre con el que describir el número 10^{100} (o 10 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000). Milton, que tenía nueve años, sugirió la palabra *gúgol*.

En su libro *Matemáticas e imaginación*, Kasner recordaba que la conversación con su sobrino continuó así: «Al mismo tiempo que sugería “gúgol”, me dio un nombre para un número todavía más largo: “gúgolplex”». Un gúgolplex es mucho más largo que un gúgol, pero sigue siendo finito, como se apresuró a señalar el inventor del nombre. Primero se sugirió que un gúgolplex debía de ser un 1 seguido de ceros hasta que te canses de escribir».

El tío sentía con toda razón que entonces el gúgolplex sería un número algo arbitrario y subjetivo, de modo que sugirió que el gúgolplex se redefiniera como $10^{\text{gúgol}}$. Es decir, un 1 seguido de un gúgol de ceros, que son muchos más ceros de los que caben en un trozo de papel del tamaño del universo observable, aunque se use el tipo de letra más diminuto imaginable.

GAGS DE IMAGEN CONGELADA DE LOS SIMPSON

«HOMER, HOMBRE MALO» (1994)

Frases en la lista de rectificación de *Rock Bottom*
Si estás leyendo esto, es que no tienes vida propia.
Nuestros espectadores no son patéticos devoradores de comida sin sexo.
Quayle está familiarizado con los usos habituales del baño.
La gente que está escribiendo esto no tiene vida propia.

«BODA INDEMNIZACIÓN» (1998)

Cartel en el exterior de la disco de Stu.
Tienes que estar al menos así de moreno para entrar.

«LA GRASA DEL BAILE» (1998)

Nombre de la tienda que ofrece «Rebajas de locura de invierno»

Suministros para fiestas Donner.

«BART CONTRA LISA CONTRA TERCERO DE PRIMARIA» (2002)

Título del libro de Lisa
El amor en los tiempos de colorear libros.

«EL DÍA DE LA CODEPENDENCIA» (2004)

Cartel junto a Primera Iglesia de Springfield
Damos la bienvenida a otras religiones (es broma).

«BART TIENE DOS MAMÁS» (2006)

Cartel en la convención de zurdos
Seminario de hoy: Ambidiestros, ¿zurdos reprimidos?

Estos términos (gúgol y gúgolplex) son relativamente conocidos hoy en día, incluso entre miembros del público en general, porque el término «googol» (gúgol) fue adoptado por Larry Page y Sergey Brin como nombre de su motor de búsqueda. Sin embargo, prefirieron la versión vulgar y errónea del nombre, de modo que la empresa se llama Google, y no Googol (gúgol). El nombre indica que el motor de búsqueda proporciona acceso a enormes cantidades de información. El cuartel general de Google, cómo no, se llama Googleplex.

El guionista de *Los Simpson* Al Jean recuerda que el gag de imagen congelada del Googolplex de Springfield no estaba en el borrador original del guión de «Coronel Homer». Por el contrario, cree que se insertó en una de las reescrituras en colaboración, cuando tienden a ejercer su influencia los miembros matemáticos del equipo. «Sí, desde luego, yo estaba presente. Mi recuerdo es que no fui yo quien lanzó lo de Googolplex, pero que me reí. Se basa en los multicines que se llaman octoplex o multiplex. Recuerdo que cuando estaba en la escuela primaria, los listillos siempre nos hablaban del gúgol. Sí, es una broma de reescritura de ese episodio».

Mike Reiss, que trabajó con Jean en *Los Simpson* desde la primera temporada, cree que el Googolplex de Springfield posiblemente fuese un gag suyo. Cuando un compañero guionista expresó la preocupación de que la broma quizá fuese demasiado oscura, Reiss recuerda que se mostró muy protector: «Alguien hizo alguna observación diciendo que yo había

aportado una broma que no entendería nadie, pero aun así se quedó… No hacía ningún daño; ¿no puede ser divertido el nombre de un multicine?».

En «EstadisticBart» aparece otra imagen congelada matemática. De hecho, quizá ya la hayan visto en la imagen que aparecía en el capítulo seis. Aquí tienen un primer plano para ayudarles a identificar la referencia.



6. Cuando Lisa está estudiando para convertirse en entrenadora de béisbol de primera, la vemos rodeada de libros, y uno de los lomos muestra el título «$e^{i\pi} + 1 = 0$». Si han estudiado algo de matemáticas después del instituto, reconocerán esta ecuación como la famosa «ecuación de Euler», que a veces recibe el nombre de «identidad de Euler». Una explicación de la ecuación de Euler implicaría un grado de complejidad que está fuera del objetivo de este capítulo, pero damos una explicación parcial y moderadamente técnica en el apéndice 2. Mientras tanto, nos concentraremos en el componente inicial de la ecuación, que es un número muy peculiar conocido como «e».

El número «e» fue descubierto cuando los matemáticos empezaron a estudiar una cuestión fascinante sobre el tema, normalmente tedioso, del interés bancario. Imaginen una situación de inversión sencilla, en la cual uno invierte 1 dólar en una cuenta bancaria extraordinariamente generosa que ofrece un cien por cien de interés por año. Al final del año, ese dólar habría conseguido un interés de 1 $ a su vez, dando un total de 2 $.

Ahora, en lugar del interés del cien por cien al cabo de un año, pensemos en una situación en la cual el interés se ve reducido a la mitad, pero se calcula dos veces. En otras palabras: el inversor recibe un interés de un 50 por 100 cada seis meses. Así, después de los primeros seis meses, 1 $ habría aumentado en 0,50 $, dando un total de 1,50 $. Durante los seis meses siguientes, el interés se pagaría tanto sobre el 1 $ inicial como por el interés de 0,50 $ que ya se habría sumado. Por tanto, el interés adicional añadido después de doce meses es el 50 por 100 de 1,50 $, que equivale a

0,75 $, dando como resultado un total de 2,25 $ a final de año. Esto se conoce como «interés compuesto».



7. Al Jean (con una plancha) estaba presente cuando Mike Reiss (sentado, izquierda) sugirió Googolplex como nombre del multicine de Springfield. Esta foto de 1981 los muestra cuando estaban en el «Lampoon Castle» de Harvard. Patrick Verrone, a quien se ve aquí haciendo malabarismos con unas pelotas, también es guionista de comedias televisivas de éxito, con una lista de obras que incluye un episodio de 2005 de *Los Simpson* titulado «Milhouse de arena y niebla». El cuarto miembro del grupo es Ted Phillips, que murió en 2005. Aunque tenía talento para escribir guiones, se dedicó a ejercer la abogacía en Carolina del Sur, y era un respetado historiador local. Se hace referencia a él en el episodio «Radio Bart» (1992), y también un personaje (Duke Phillips) recibió su nombre en *El crítico*, una serie de dibujos animados creada por Jean y Reiss.

Como pueden ver, la buena noticia es que ese interés compuesto cada medio año es mucho más provechoso que un sencillo interés anual. El balance bancario podría haber sido más elevado aún si el interés compuesto se hubiese calculado con mayor frecuencia. Por ejemplo, si se hubiese calculado:

$$F = \$(1 + {}^{1}/_{n})^{n}$$

Si *n* es el número de incrementos (es decir, el número de veces por año que se calcula y se suma ese interés), entonces se puede usar la siguiente fórmula para calcular la suma final (*F*), cuando el interés compuesto se calcula también a intervalos mensuales, semanales, diarios e incluso horarios:

Suma inicial	Interes anual	Incremento de tiempo	Número increm. (*n*)	Interés incremental	Suma final (*F*)
1,00 $	100%	1 año	1	100,00%	2,00 $
1,00 $	100%	1/2 año	2	50,00%	2,25 $
1,00 $	100%	1/4 año	4	25,00%	2,4414 $
1,00 $	100%	1 mes	12	8,33%	2,6130 $
1,00 $	100%	1 semana	52	1,92%	2,6925 $
1,00 $	100%	1 día	165	0,27%	2,7145 $
1,00 $	100%	1 hora	8760	0,01%	2,7181 $

Para cuando se calcula el interés compuesto por semanas, tenemos ya casi 0,70 $ más que si hubiésemos conseguido un simple interés anual. Sin embargo, después de ese punto, calcular el interés compuesto con mayor frecuencia solo nos consigue un poco más de calderilla. Esto nos conduce a la fascinante cuestión que empieza a obsesionar a los matemáticos: si el interés compuesto se pudiera calcular no solo cada hora, no solo cada segundo ni microsegundo, sino a cada instante, ¿cuál sería la suma total a fin de año?

La respuesta es: 2,718281828459045235360287471352662497757247093699959574966967627724076630353547594571382178525166427… $. Como podrán suponer, los decimales continúan hasta el infinito, porque es un número irracional, y este es el número al que llamamos «e».

2,718… etc. recibe el nombre de «e» porque se relaciona con el «crecimiento exponencial», que describe la sorprendente tasa de crecimiento experimentada cuando el dinero va recogiendo intereses año tras año, o cuando algo crece repetidamente mediante una tasa fija, una y otra vez. Por ejemplo, si la inversión aumentó de valor con un factor de 2,718… año tras año, entonces 1 $ se convierte en 2,72 $ después del

primer año, luego 7,39 $ después del segundo, luego 20,09 $, luego 54,60 $, luego 148,41 $, luego 403,43 $, luego 1096,63 $, luego 2980,96 $, luego 8102,08 $ y finalmente 22 026,47 $ en solo diez años.

Unas tasas de crecimiento exponencial sostenido tan asombrosas son raras dentro del mundo de las inversiones financieras, pero existen ejemplos concretos en otros ámbitos. La ilustración más famosa de crecimiento exponencial ha tenido lugar en el mundo de la tecnología, y se conoce como «ley de Moore». Recibe su nombre por Gordon Moore, cofundador de Intel. En 1965, Moore observó que el número de transistores de un chip microprocesador se dobla aproximadamente cada dos años, y predijo que esa tendencia continuaría. Y así fue: la ley Moore se ha mantenido década tras década. Los cuarenta años transcurridos entre 1971 y 2011 han tenido como resultado que el número de transistores se ha doblado veinte veces. En otras palabras: ha habido una mejora en un factor de 2^{20}, o casi un millón, en el número de transistores de un chip a lo largo de cuatro décadas. Por eso ahora tenemos microprocesadores que han mejorado enormemente sus prestaciones a unos costos muy reducidos, comparados con los de los años setenta.

Como analogía, a veces se decía que si los coches hubiesen conseguido mejorar tan rápidamente como los ordenadores, un Ferrari costaría hoy en día cien dólares, y rendiría un millón de kilómetros por litro… pero también se estrellaría una vez por semana.

Estar relacionado con el interés compuesto y el crecimiento exponencial es interesante, pero *e* tiene mucho más que ofrecer al mundo. Igual que π, el número *e* surge en todo tipo de situaciones inesperadas.

Por ejemplo, está en el meollo del llamado «problema del desorden», más conocido comúnmente como «problema del guardarropa». Imagínese que lleva el guardarropa de un restaurante, recoge los sombreros de los clientes y los pone en cajas de sombreros. Desgraciadamente, no ha tomado nota de cuál pertenece a cada persona. A medida que los comensales van saliendo, a última hora de la noche, usted les entrega las cajas al azar y se despide de ellos antes de que tengan la oportunidad de abrir las cajas. ¿Qué probabilidad existe de que ninguna de las cajas contenga el sombrero correcto para la persona adecuada? La respuesta depende del número de

clientes (n) y la probabilidad de cero aciertos, etiquetada como $P(n)$, se puede hallar según la fórmula siguiente[19]:

$$P(n) = 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \ldots + \frac{(-1)^n}{n!}$$

Para un solo cliente la probabilidad de que no haya ningún acierto es 0, porque el sombrero inevitablemente llegará a la persona adecuada:

$$P(1) = 1 - \frac{1}{1!} = 0 = 0\%$$

Para dos clientes, la probabilidad de que no haya ningún acierto es del 0,5:

$$P(2) = 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} = 0,5 = 50\%$$

Para tres clientes, la probabilidad de que no haya aciertos es del 0,333:

$$P(3) = 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} = 0,333 = 33\%$$

Para cuatro clientes la probabilidad es de en torno a un 0,375, y para diez, de unos 0,369. A medida que el número de comensales tiende a infinito, la probabilidad baja a un 0,367879… que es 1/2,718… o $1/e$.

Pueden comprobarlo ustedes mismos cogiendo dos mazos de cartas y barajándolas separadamente, de modo que las dos queden repartidas al azar. Una de las barajas representa la forma aleatoria en la que esos sombreros fueron colocados en cajas, mientras que la otra baraja representa el orden aleatorio en el cual los clientes volverán a recoger sus sombreros. Coloque las dos barajas una junto a la otra y vaya volviendo una carta cada vez de la parte superior de cada baraja. Si ambas cartas son del mismo palo y número, cuéntelo como coincidencia. La probabilidad de que no haya ningún acierto después de dar la vuelta a las dos barajas será cercana a $1/e$, que es más o menos un 0,37 o un 37 por 100. En otras palabras: si repite este proceso entero cien veces, puede esperar una vida social muy limitada y aproximadamente treinta y siete parejas de cartas que no combinarán

entre sí. El problema del guardarropa podría parecer trivial, pero es una cuestión fundamental en una parcela llamada «matemáticas combinatorias».

El número *e* también aflora en el estudio de un tipo de curva conocido como «catenaria», que es la forma que adquiere una cadena colgada entre dos puntos. El término fue acuñado por Thomas Jefferson, y se basa en la palabra latina *catena*, que significa cadena. La forma de una curva catenaria la describe la siguiente ecuación, que tiene *e* en el corazón, dos veces:

$$y = \frac{a}{2}\left(e^{x/a} + e^{-x/a}\right)$$

La seda en una telaraña forma una serie de catenarias entre los radios, cosa que llevó al entomólogo Jean-Henri Fabre a escribir en *La Vie des Araignées* («La vida de las arañas»): «Aquí tenemos el fabuloso número *e* que reaparece inscrito en el hilo de una araña. Examinemos, una mañana de niebla, la telaraña construida durante la noche. Debido a su naturaleza higrométrica, los hilos pegajosos están cargados de diminutas gotitas, y curvándose bajo el peso, se han convertido en otras tantas catenarias, rosarios de gemas límpidas, graciosos rosarios colocados en un orden exquisito, y siguiendo la curva que se balancea. Si el sol penetra entre la niebla, todo se ilumina con unas luces iridiscentes, y se convierte en un resplandeciente racimo de diamantes. El número *e* en toda su gloria».

También podemos encontrar al número *e* en una parte de las matemáticas completamente distinta. Imaginemos que usamos el botón de aleatoriedad de una calculadora para generar números al azar entre 0 y 1, y luego continuemos sumándolos entre sí hasta que el total exceda 1. A veces se requerirán dos números al azar, normalmente tres, y ocasionalmente cuatro o más números para llegar a un total mayor que 1. Sin embargo, como promedio, el número de números al azar requerido para exceder el 1 es de 2,71828… es decir, el número *e*.

Hay otros muchos ejemplos que demuestran que el número *e* representa un papel diverso y fundamental en varias áreas de las matemáticas. Eso explica por qué tantos amantes de los números tienen un especial apego emocional hacia él.

Por ejemplo, Donald Knuth, profesor emérito de la Universidad de Stanford, y figura divina en el mundo de la informática, es un entusiasta del número *e*. Después de crear Metafont, su *software* que crea fuentes, decidió ir creando actualizaciones con números de versiones que se relacionan con *e*. La primera versión era Metafont 2, luego Metafont 2.7, luego Metafont 2.71, y así sucesivamente, hasta la actual Metafont 2.718281. Cada nuevo número de versión es una aproximación más al valor auténtico de *e*. Y esta es solo una de las diversas formas en las cuales Knuth ha expresado la manera de trabajar tan extravagante que tiene. Otro ejemplo es el índice de su trabajo fundamental, *El arte de programar ordenadores*, volumen 1, en el cual la entrada de «Circular, definición», lleva a «Definición circular», y viceversa.

De forma similar, los *supergeek* jefes de Google son muy fans del número *e*. Cuando vendieron acciones en 2004, anunciaron que pensaban ganar 2 718 281 828 dólares, es decir, mil millones de dólares multiplicados por *e*. Ese mismo año, la empresa sacó la siguiente valla publicitaria:

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{primer primo de 10 dígitos encontrado} \\ \text{en dígitos consecutivos de } e \end{array} \right\} \text{.com}$$

La única forma de averiguar el nombre de esa web era buscando todos los dígitos de *e*, y descubriendo una secuencia de diez dígitos que representaran un número primo. Cualquiera que tuviera el ingenio matemático suficiente habría podido descubrir que el primer primo de diez dígitos, que empieza en el nonagésimo noveno dígito de *e*, es 7427466391. Visitando la *website* www.7427466391.com, aparecía una señal virtual que conducía a otra *website*, que era un portal para aquellos que quisieran pedir trabajo en Google Labs[20].

Otra forma de expresar admiración por *e* es memorizar sus dígitos. En 2004, Andreas Lietzow, de Alemania, memorizó y luego recitó 316 dígitos mientras hacía malabarismos con cinco pelotas. Sin embargo, Lietzow fue espectacularmente derrotado el 25 de noviembre de 2007, cuando Bhaskar Karmakar, de India, sin pelota alguna, estableció un nuevo récord recitando 5002 dígitos de *e* en 1 hora, 29 minutos y 52 segundos. Ese mismo día

también citó con precisión los 5002 dígitos de *e* hacia atrás. Estas son hazañas memorísticas increíbles, pero todos podemos memorizar diez dígitos de *e* aprendiendo esta regla mnemotécnica: «I'm forming a mnemonic to remember a function in analysis». El número de letras de cada palabra representa los dígitos de *e*. (En castellano: «El trabajo y esfuerzo de recordar *e* revuelve mi estómago, pero podré acordarme», según Antonio García Merino).

Y finalmente, a los guionistas de *Los Simpson* les apasiona *e*. No solo aparece como parte del título de un libro en «EconomicBart», sino que también recibe una mención especial en «La pelea antes de Navidad» (2010). La parte final del episodio tiene el estilo de «Barrio Sésamo», de modo que acaba con el tradicional anuncio del patrocinador. Sin embargo, en lugar de decir por ejemplo: «El episodio de Barrio Sésamo de hoy lo han patrocinado la letra "c" y el número 9», los espectadores se encontraron con esto: «El episodio de hoy de *Los Simpson* lo ha patrocinado el símbolo de la diéresis y el número *e*; no la letra "e", sino el número cuya función exponencial coincide con su derivada».

CAPÍTULO 12

UNA PIZCA MÁS DE π



En «Marge encadenada» (1993), detienen a Marge por robar cuando sale del Kwik-E-Mart, tras olvidar pagar una botella de *bourbon*. La llevan a juicio y la representa el abogado Lionel Hutz, un hombre de dudosa reputación. Antes de que empiece el juicio de Marge, Hutz admite que es probable que sea un combate muy difícil porque tiene muy mala relación con el juez: «La tiene tomada conmigo desde que casi atropello a su perro… bueno, sustituya la palabra “casi” por “repetidas veces”, y la palabra “perro” por “hijo”».

La estrategia de Hutz para defender a Marge es desacreditar a Apu Nahasapeemapetilon, propietario del Kwik-E-Mart, que fue testigo del supuesto robo. Sin embargo, cuando llama a Apu al estrado de los testigos y sugiere que su memoria podría ser defectuosa, la respuesta de Apu es señalar que tiene una memoria perfecta: «De hecho puedo recitar hasta cuarenta mil decimales de pi. El último dígito es un 1».

Homer no se siente impresionado, y simplemente piensa para sí: «Mmmm pi(e) (pastel)».

La extraordinaria afirmación de Apu de que ha memorizado cuarenta mil decimales de π solo tiene sentido si los matemáticos hubiesen determinado π al menos hasta ese grado de precisión. De modo que, cuando se emitió el episodio en 1993, ¿cuál era la situación con respecto a calcular π?

Ya vimos en el capítulo 2 que los matemáticos, desde los antiguos griegos en adelante, usaban el sistema del polígono para establecer unos valores de π cada vez más exactos, y esto les dio un resultado preciso hasta el decimal treinta y cuatro. Hacia 1630, el astrónomo austríaco Christoph Grienberger usó polígonos para medir π hasta los treinta y ocho decimales.

Desde una perspectiva científica no tiene sentido identificar más dígitos, porque con estos es suficiente para completar el cálculo astronómico más titánico concebible con la precisión más refinada imaginable. Y esta afirmación no es ninguna hipérbole. Si los astrónomos hubieran establecido el diámetro exacto del universo conocido, treinta y ocho decimales de π bastarían para calcular la circunferencia del universo con la precisión del grosor de un átomo de hidrógeno.

Sin embargo, la tarea de medir π cada vez con más decimales siguió adelante. El desafío adquirió la categoría de un Everest. El número π era un pico infinito en el panorama matemático, y los matemáticos intentaban escalarlo. Era un desafío para la estrategia. En lugar de usar un sistema lento a base de polígonos, los matemáticos descubrieron varias fórmulas para determinar el valor de π con mayor rapidez. Por ejemplo, en el siglo XVIII, Leonard Euler descubrió esta elegante fórmula:

$$\frac{\pi^4}{90} = \frac{1}{1^4} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{6^4} + \cdots$$

Resulta curioso que π se pueda deducir de un modelo tan sencillo. Esta ecuación se conoce como «serie infinita», porque consta de un número infinito de términos, y cuantos más términos se incluyen en un cálculo, más ajustado es el resultado. Aquí debajo tenemos los resultados de calcular π usando uno, dos, tres, cuatro y cinco términos de la serie de Euler:

$$\frac{\pi^4}{90} = \frac{1}{1^4} = 1{,}000, \qquad \pi = 3{,}080$$

$$\frac{\pi^4}{90} = \frac{1}{1^4} + \frac{1}{2^4} = 1{,}0625, \qquad \pi = 3{,}127$$

$$\frac{\pi^4}{90} = \frac{1}{1^4} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} = 1{,}0748, \qquad \pi = 3{,}136$$

$$\frac{\pi^4}{90} = \frac{1}{1^4} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} = 1{,}0788, \qquad \pi = 3{,}139$$

$$\frac{\pi^4}{90} = \frac{1}{1^4} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{5^4} = 1{,}0804, \qquad \pi = 3{,}140$$

Las aproximaciones se acercan por debajo al valor verdadero de π, y cada resultado se vuelve ligeramente más preciso, a medida que se va introduciendo cada término extra. Después de cinco términos, la estimación es de 3,140, que es bastante ajustado hasta los dos decimales. Luego, después de cien términos, se puede determinar π con precisión hasta los seis decimales: 3,141592.

La fórmula infinita de Euler es un método razonablemente eficiente para calcular π, pero subsiguientes generaciones de matemáticos inventaron otras series infinitas que se aproximaban al valor real de π más rápidamente aún. John Machin, que era profesor de astronomía en el Gresham College de Londres, a principios del siglo XVIII, desarrolló una de las series infinitas más rápidas, aunque menos elegantes[21]. Destrozó todos los récords anteriores midiendo π hasta los cien decimales.

Otros explotaron las series infinitas de Machin con un brío incluso mayor, incluyendo a un matemático aficionado inglés llamado William Shanks, que dedicó la mayor parte de su vida a calcular π. En 1874 aseguró que había calculado 707 dígitos de π. En honor a su heroico logro, el museo de la ciencia de París conocido como Palais de la Découverte decoró su Sala Pi con una inscripción de los 707 dígitos. Desgraciadamente, en 1940 se descubrió que Shanks había cometido un error al calcular el decimal número 527, y por tanto en todos los dígitos que siguieron. El Palais de la Découverte llamó a los decoradores y la reputación de Shank se llevó un buen golpe. Sin embargo, 526 decimales era un buen récord mundial en su época.

Después de la segunda guerra mundial, los ordenadores mecanizados y electrónicos reemplazaron al lápiz y papel usados por Shanks y anteriores generaciones de matemáticos. El poder de la tecnología lo ilustra el hecho de que Shanks pasara toda una vida calculando 707 dígitos de π, 181 de los cuales estaban equivocados, mientras en 1958 el Centro de Proceso de Datos de París realizó los mismos cálculos sin error en una IBM 704 en cuarenta segundos. Aunque los dígitos de π parecen girar ahora a un ritmo acelerado, el nivel de emoción entre los matemáticos se ha visto atemperado al darse cuenta de que ni siquiera los ordenadores pueden enfrentarse a una tarea infinita.

Este hecho fue significativo en la trama de un episodio de 1967 de *Star Trek*, «El lobo en el redil». Para exorcizar una fuerza energética malvada que ha ocupado el ordenador de la nave USS *Enterprise,* Spock emite la siguiente orden: «Ordenador…, esta es una orden obligatoria de clase A. Averigua hasta el último dígito el valor de π». El ordenador se siente tan agobiado por esa petición que grita «no» una y otra vez. A pesar de su angustia, el ordenador debe obedecer la orden, y la imposibilidad computacional resultante consigue purgar de los circuitos la fuerza maligna.

La genialidad de Spock en «El lobo en el redil» compensa de alguna manera la bochornosa ineptitud para los números mostrada por el capitán James T. Kirk en otro episodio anterior, del mismo año. En «Consejo de guerra», uno de los tripulantes de Kirk se ha perdido a bordo del *Enterprise*, y nadie está seguro de si está vivo o muerto. Kirk, que es el último responsable del destino del tripulante, decide usar el ordenador para buscar los latidos del corazón del hombre perdido. Explica su plan: «Caballeros, este ordenador tiene un sensor auditivo. Puede oír sonidos, en efecto. Instalando un amplificador, podemos aumentar su capacidad del orden de *uno a la cuarta potencia*». Por supuesto, 1^4 sigue siendo 1.

Poco después de que los informáticos franceses calcularan 707 dígitos en menos de un minuto, el mismo equipo usó un Ferranti Pegasus para calcular 10 021 dígitos de π. Luego, en 1961, el Centro de Proceso de Datos IBM de Nueva York obtuvo 100 265 decimales de π. Inevitablemente, unos ordenadores de mayor tamaño consiguieron más dígitos, y el matemático japonés Yasumasa Kanada calculó dos millones de decimales de π en 1981. Los excéntricos hermanos Chudnovsky (Gregory y David) construyeron su propio ordenador en su apartamento de Manhattan y rompieron la barrera de los mil millones de decimales en 1989, pero fueron sobrepasados por Kanada, que consiguió cincuenta mil millones de dígitos en 1997, y luego un billón de dígitos en 2002. Actualmente, Shigeru Kondo y Alexander Yee están en la cima de los decimales de π. Estos dos llegaron a los cinco billones de dígitos en 2010, y luego doblaron el récord y consiguieron diez billones en 2011.



De modo que, volviendo al tribunal, Apu pudo tener acceso fácilmente a los primeros cuarenta mil decimales de π, porque los matemáticos los calcularon más allá de ese nivel de precisión a principios de los años sesenta. Sin embargo, ¿es posible que memorizase cuarenta mil decimales?

Como he mencionado previamente en el contexto de *e*, lo mejor para recordar un puñado de dígitos es memorizar una frase tal que cada palabra contenga el número de letras adecuado. Por ejemplo: «May I have a large container of coffee» nos da 3,1415926. «How I wish I could recollect pi easily today!» nos da un dígito más. El gran científico británico, sir James Jeans, mientras pensaba en profundas cuestiones de astrofísica y cosmología, inventó una frase que ofrece diecisiete dígitos de π: «How I need a drink, alcoholic of course, after all those lectures involving quantum mechanics».

(En español, esta frase sirve para recordar veinte decimales en Wikihow.com:

Soy y seré a todos definible,
mi nombre tengo que daros
cociente diametral siempre inmedible,
soy de los redondos aros).

Varios expertos en memoria han ampliado esta técnica. Pueden recordar π contándose largas y elaboradas historias, y el número de letras de cada palabra les recuerda el siguiente dígito de π. Esta técnica permitió al canadiense Fred Graham romper la barrera de los mil dígitos en 1973. En 1978, el americano David Sanker memorizó diez mil dígitos, y en 1980, un mnemonista británico nacido en la India llamado Creighton Carvello recitó π hasta los 20 013 decimales. Unos pocos años más tarde, un taxista británico, Tom Morton, intentó memorizar también veinte mil dígitos, pero falló al llegar a los doce mil, porque había un error de impresión en una de las tarjetas que usaba durante su preparación. En 1981, el experto en memoria indio Rajan Mahadevan rompió la barrera de los treinta mil dígitos (31 811 dígitos, para ser precisos) y el mnemonista japonés Hideaki Tomoyori estableció un nuevo récord mundial de exactamente cuarenta mil

dígitos en 1987. Hoy en día el que está en posesión del récord es Chao Lu, de China, que memorizó 67 890 dígitos en 2005.

Sin embargo, era el récord de cuarenta mil dígitos de Tomoyori el que seguía en vigor cuando se acabó el guión de «Marge encadenada» en 1993. De ahí que Apu asegure que ha memorizado hasta los cuarenta mil decimales de π como referencia directa y tributo a Tomoyori, que era el experto en memoria de π más famoso y de más éxito del mundo en aquel momento.

Este episodio lo escribieron Bill Oakley y Josh Weinstein. Según Weinstein, todo el argumento de «Marge encadenada» ya estaba delineado cuando se les asignó a Oakley y él mismo: «Nosotros éramos los guionistas más jóvenes, de modo que nos asignaban guiones que otra gente no quería hacer. Los guiones que giraban en torno a Marge eran muy difíciles de escribir. Por el contrario, Homer es divertido al instante, y también Krusty. Pero Marge es un trabajo duro, de modo que sus diálogos siempre les acababan cayendo a los chicos nuevos, como nosotros».

Weinstein y Oakley escribieron la base del guión de «Marge encadenada», desarrollaron los detalles de la trama, escribieron las bromas fundamentales y entregaron su borrador de guión. Y lo que es más importante: cuando nos vimos, Weinstein señaló con insistencia que esa versión del guión no contenía absolutamente ninguna mención a pi.

Me explicó que la escena con Apu en el estrado de los testigos empezaba con el abogado Lionel Hutz haciéndole la misma pregunta que sigue apareciendo en el episodio emitido: «Entonces, señor Nahasapeemapetilon, si es que ese es su nombre real, ¿se ha olvidado de algo?».

Sin embargo, en lugar de afirmar que podía recitar de memoria cuarenta mil decimales de pi, Apu revelaba que se había hecho famoso en toda la India por su increíble memoria. De hecho, en el guión original, Apu afirmaba bajo juramento que le conocían como el «Señor Memoria», y que había aparecido en más de cuatrocientas películas documentales sobre su habilidad mental.

Quizá no resulte sorprendente que en el guión original de «Marge encadenada» no se mencionaran ni pi ni los cuarenta mil dígitos, ya que ni

Oakley ni Weinstein procedían de un entorno matemático. De modo que ¿cuándo aparecieron las referencias matemáticas en el guión?

Como de costumbre, el primer borrador del guión fue diseccionado y discutido por todo el equipo de guionistas para ir refinando la historia e inyectar algo de humor adicional, en lo posible. En ese momento el colega de Weinstein y Oakley, Al Jean, vio la posibilidad de añadir matemáticas al episodio. Gracias al interés por las matemáticas que tuvo toda la vida, Jean sabía que el récord mundial de memorización de π estaba en los cuarenta mil decimales, de modo que sugirió alterar el guión para que Apu asegurase que era capaz de igualar ese récord. Y para dar alguna credibilidad a esa afirmación, Jean sugirió que Apu citase el decimal cuarenta mil.

Todo el mundo estuvo de acuerdo en que era buena idea, pero nadie parecía saber cuál era el decimal cuarenta mil de π. Y peor aún: estaban en 1993, de modo que internet estaba todavía muy poco poblada, Google no existía y buscar en la Wikipedia no era todavía una opción. Los guionistas decidieron que necesitaban el consejo de algún experto, de modo que contactaron con un brillante matemático llamado David Bailey, que en aquel momento estaba trabajando en el Centro de Investigación Ames de la NASA[22]. Bailey respondió imprimiendo los cuarenta mil decimales de π y enviándolos al estudio. Aquí tienen los dígitos desde el 39 990 en adelante hasta el lugar 40 000, y pueden ver si Apu tiene razón cuando dice que el último dígito en su secuencia memorizada es un 1:

↓ 40 000º decimal

... 52473837651 ...

El hecho de que Bailey hiciera su contribución a la serie como matemático de la NASA apareció reflejado tres años más tarde en «22 cortometrajes sobre Springfield» (1996). Cuando Barney Gumble, el borracho favorito de Springfield, entra tambaleándose en la taberna de Moe, se encuentra con que Moe tiene malas noticias para él: «¿Recuerdas que te dije que tenía que enviar tu cuenta del bar a la NASA para que calculasen el total? Pues hoy ha llegado el resultado: me debes setenta mil millones de dólares».

La frase de Apu sobre π en «Marge encadenada» también influyó en otro episodio, en concreto «Mucho Apu y pocas nueces» (1996). En este episodio, Apu revela parte de sus antecedentes, y su pasado tiene que ser compatible con alguien que podría estar interesado en memorizar cuarenta mil decimales de π. De ahí que cuando recuerda su viaje de la India a América, Apu le dice a Marge: «Vine aquí poco después de graduarme en Caltech, el Instituto Técnico de Calcuta. El mejor estudiante de mi promoción de siete millones».

Aunque el Instituto Técnico de Calcuta es inventado, hay un instituto técnico junto a Calcuta que se llama Instituto de Tecnología de Bengala, que quizá pudiera considerarse la inspiración para el alma máter de Apu. Tiene el acrónimo BIT, muy apropiado para una universidad especializada en informática y tecnología de la información. También sabemos que Apu fue a América a estudiar en el Instituto de Tecnología Heights de Springfield, que tiene un acrónimo menos afortunado (Springfield Heights Institute of Technology: SHIT). Bajo la supervisión del profesor Frink, Apu tardó nueve años en completar su doctorado en informática desarrollando el primer programa informático de tres en raya del mundo, que solo podía ser derrotado por los mejores jugadores humanos.

David S. Cohen, que escribió «Mucho Apu y pocas nueces», decidió que Apu fuese informático, mejor que matemático, porque el propio Cohen se había licenciado en informática en la Universidad de Berkeley, California, y compartió clases con diversos estudiantes indios. En particular, la historia de Apu se basa en la vida del mejor amigo de Cohen en Berkeley, Ashu Rege, que entró a trabajar en NVIDIA, una empresa pionera en gráficos informáticos.



Pi ha hecho también otra aparición notable en *Los Simpson*. En las últimas escenas de «El saxo de Lisa» (1997), nos enteramos de que Homer le compró a Lisa un saxofón para que cultivase su incipiente genio. Sin embargo, antes de invertir en un instrumento musical, Homer y Marge pensaron en enviar a Lisa a la Escuela de la señorita Tillingham para Niñas

Creídas y Niños Consentidos. En una escena retrospectiva vemos a Homer y Marge visitando el colegio, donde encuentran a dos niñas prodigio en el patio de recreo que se han inventado su propia letra para una canción de palmas:

Una cosita te voy a decir
estos son los dígitos del número pi:
3,14159265358979323846…

Al Jean fue el guionista responsable de introducir con destreza esta referencia matemática en el episodio. Al oírlo por primera vez parece que recitan de una manera sencilla y nada polémica el número irracional más famoso del mundo, pero observándolo mejor, empecé a preguntarme por qué se expresaba π en forma decimal con base 10.

La base 10 es nuestro sistema numérico estándar. El primer lugar de los decimales lo representan las decenas ($1/10^1$), y luego el siguiente representa las centenas ($1/10^2$), el millar ($1/10^3$) y así sucesivamente. Nuestro sistema numérico se ha desarrollado así porque las manos humanas tienen diez dedos.

Sin embargo, si echamos un vistazo más de cerca a las manos de los personajes de *Los Simpson*, veremos que solo tienen tres dedos y un pulgar en cada mano, de modo que el número total de dedos es ocho. Por tanto, en Springfield se debería contar apoyándose en el número 8, y eso nos llevaría a un sistema de cómputo totalmente distinto, conocido como «base 8», que a su vez daría como resultado una forma muy distinta de expresar π (3,1103755242…).

Lo de las matemáticas con base 8 no nos atañe, en especial dado que *Los Simpson*, como nosotros, cuentan con base 10. Pero hay dos temas importantes que debemos tratar. Primero, ¿por qué los residentes de Springfield tienen solo ocho dedos en las manos? Y segundo, ¿por qué el universo de *Los Simpson* tiene base 10, cuando los personajes tienen solo ocho dedos?

La mutación que da como resultado los ocho dedos en *Los Simpson* procede de los primeros días de la animación en la gran pantalla. Félix el

Gato, que debutó en 1919, tenía solo cuatro dedos en cada mano, y Mickey Mouse compartía ese rasgo con él cuando hizo su primera aparición, en 1928. Cuando se le preguntó por qué a su roedor antropomorfo le faltaban dedos, Walt Disney replicó: «En el aspecto artístico, cinco dedos son demasiados para un ratón. Su mano parecería un manojo de plátanos». Disney añadió también que simplificando las manos, los animadores tenían menos trabajo. «Financieramente, no tener un dedo más en cada uno de los 45 000 dibujos que forman un corto de animación de seis minutos y medio ha ahorrado millones al estudio».

Por esos motivos, los ocho dedos se convirtieron en un estándar en el mundo entero tanto para personajes animados animales como humanos. La única excepción es Japón, donde tener solo cuatro dedos en una mano puede tener connotaciones siniestras: el número 4 se asocia con la muerte, y la Yakuza, la infame mafia japonesa, a veces corta el dedo meñique a las personas o bien como castigo o como prueba de lealtad. El dibujo británico *Bob el Constructor*, cuando fue vendido en Japón en 2000, tuvo que ser alterado para dar a los personajes el número de dedos requerido.

Aunque los japoneses se sienten incómodos con la idea de tener solo cuatro dedos en cada mano, esto se acepta como algo perfectamente natural en todos los personajes de *Los Simpson*. En realidad, cualquier otra cosa se considera anormal. Es evidente en «Me casé con Marge» (1991), un episodio que incluye una escena que tiene lugar el día que nació Bart. Oímos que Marge le pregunta a Homer si piensa que su nuevo hijito es guapo, y Homer responde: «Ah, mientras tenga ocho dedos en las manos y ocho en los pies, para mí está bien».

También en «El amante de *madame* Bouvier» (1994), la madre de Marge y el padre de Homer empiezan a salir juntos, para gran consternación de Homer: «Si se casa con tu madre, Marge, ¡seremos hermano y hermana! Y nuestros hijos serán monstruos horribles con la piel rosa, con los dientes bien encajados y con cinco dedos en cada mano».

Sin embargo, a pesar de su déficit de dedos, sabemos que los residentes de Springfield cuentan con base 10, no con base 8, porque expresan el número π como 3,141… De modo que, ¿cómo ha llegado una comunidad con ocho dedos por persona a contar con base 10?

Una posibilidad es que los antepasados amarillos de Homer y Marge contasen con algo más que sus propios dedos. A lo mejor contaban los ocho dedos más los dos agujeros de la nariz. Esto podría parecernos raro, pero varias sociedades han desarrollado sistemas de cómputo basados en algo más que los dedos. Por ejemplo, los hombres de la tribu Yupno, en Papúa Nueva Guinea, asignan los números del 1 al 33 a diversas partes del cuerpo, empezando con los dedos y luego desplazándose a los agujeros de la nariz y los pezones. El cómputo concluye con 31 para el testículo izquierdo, 32 para el derecho, y 33 para «la cosa masculina». Estudiosos europeos como Beda el Venerable también experimentaron con sistemas de cómputo basados en partes del cuerpo. Este teólogo inglés del siglo VIII desarrolló un sistema que le permitía contar hasta 9999 usando gestos y todos los recovecos de la anatomía humana. Según Alex Bellos, autor de *Alex en el país de los números*, el sistema de Beda era «en parte aritmética y en parte expresión corporal».

Aunque contar con dedos de las manos y de los pies y agujeros de la nariz podría explicar la decimalización de *Los Simpson*, existe otra teoría que deberíamos considerar. ¿Resulta concebible que en el universo de los dibujos animados los números no sean inventados por los humanos, sino por un poder superior? Como racionalista, tiendo a desechar las explicaciones sobrenaturales, pero no podemos ignorar el hecho de que Dios aparece en diversos episodios de *Los Simpson*, y en todos los casos tiene diez dedos. En realidad, es el único personaje de *Los Simpson* que tiene diez dedos.

CAPÍTULO 13

HOMER^3



El primer episodio de «La casa-árbol del terror» apareció en la segunda temporada de *Los Simpson*, y desde entonces se ha convertido en una tradición anual para Halloween. Estos episodios especiales normalmente consisten en tres historias cortas que se permiten romper las convenciones de la vida en Springfield, con guiones que pueden incluir cualquier cosa, desde alienígenas a zombis.

David S. Cohen, uno de los guionistas más entregados a las matemáticas en *Los Simpson*, escribió la parte final de «La casaárbol del terror VI» (1995), un fragmento titulado «Homer^3». Es, sin duda, la integración de las matemáticas en *Los Simpson* más intensa y elegante desde que empezó la serie, hace ya un cuarto de siglo.

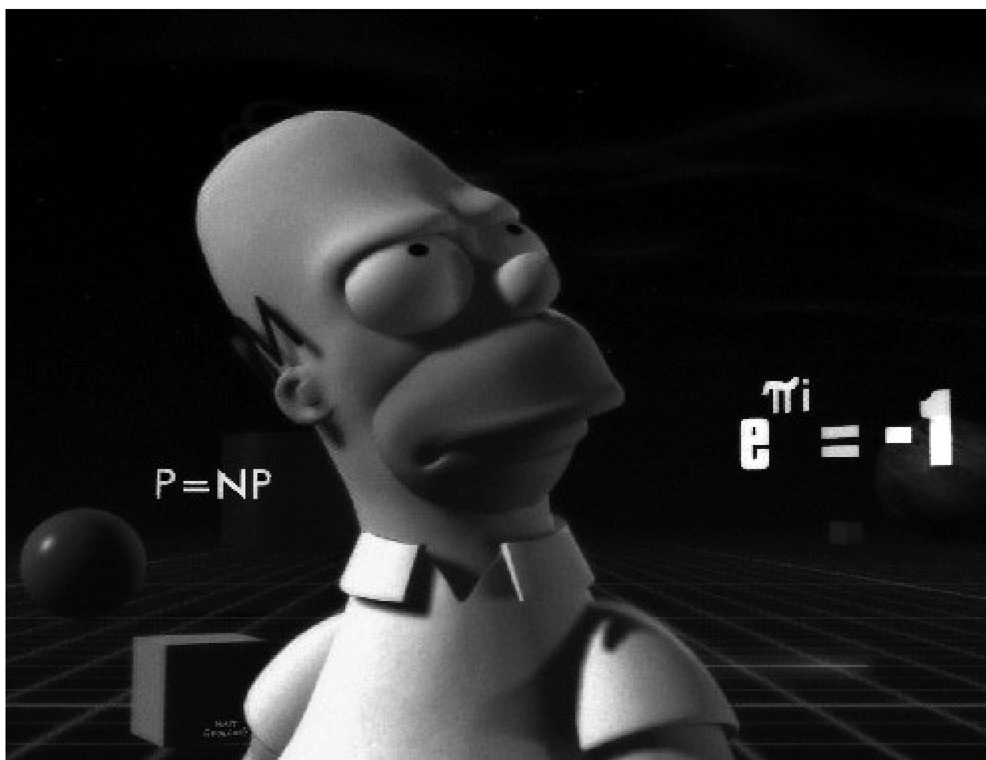
El guión empieza de una manera muy inocente, cuando Patty y Selma, las cuñadas de Homer, hacen una visita sorpresa a *Los Simpson*. Queriendo evitarlas, Homer se esconde detrás de una librería, donde encuentra un portal misterioso que parece conducir a otro universo. Las «dulces» voces de Patty y Selma se hacen más estentóreas, y Homer oye que quieren que todo el mundo les ayude a limpiar y organizar su colección de conchas marinas. Desesperado, atraviesa el portal, dejado atrás su entorno bidimensional de Springfield y entrando en un asombroso mundo tridimensional. Homer se queda completamente perplejo ante aquella nueva dimensionalidad, y nota algo increíble: «¿Qué es lo que pasa aquí? Estoy como hinchado. El estómago me asoma por delante».

En lugar de estar dibujado con el clásico estilo de animación plana de *Los Simpson*, la escenas de esta dimensión superior tienen un aspecto sofisticado y tridimensional. De hecho, estas escenas fueron generadas

utilizando técnicas de animación de vanguardia, y el coste de generarlas, aunque duran menos de cinco minutos, fue muy superior al presupuesto de cualquier episodio normal. Afortunadamente, una empresa llamada Pacific Data Images (PDI) prestó sus servicios gratuitamente porque se dieron cuenta de que *Los Simpson* les proporcionaba una plataforma global para hacer propaganda de su tecnología. Y efectivamente, PDI firmó un contrato con DreamWorks aquel mismo año que les llevó a la producción de *Hormigaz* y *Shrek*, impulsando de esa manera una revolución en la animación de películas.

Cuando Homer se acerca a un letrero que lleva la indicación de los ejes *X*, *Y* y *Z* en su nuevo universo tridimensional, hace referencia al hecho de que se encuentra en la escena animada más sofisticada que ha aparecido jamás en la televisión: «Tío, este sitio tiene pinta de caro. Creo que estoy derrochando una fortuna solo por estar aquí. Bueno, habrá que aprovecharlo».

Homer hace otro comentario pertinente cuando se encuentra por primera vez con su nuevo entorno: «Qué raro. Parece una de esas cosas de “La dimensión desconocida”». Es un guiño al hecho de que «Homer^3» es un tributo a un episodio de 1962 de *La dimensión desconocida* titulado «La niña perdida».



8. Un Homer Simpson tridimensional después de viajar a través del portal en «Homer^3». Dos ecuaciones matemáticas flotan detrás de él en la distancia.

En «La niña perdida», los padres de una niñita llamada Tina se agobian mucho cuando entran en su dormitorio y no la encuentran. Y lo más terrorífico es que siguen oyendo su voz haciendo eco a su alrededor. Tina es invisible, pero audible. Ya no está en la habitación, pero parece que esté muy cerca. Buscando ayuda con desesperación, los padres llaman a un amigo de la familia llamado Bill, que es físico. Habiendo localizado un portal después de marcar con tiza unas coordenadas en la pared del dormitorio, Bill declara que Tina ha pasado a la cuarta dimensión. Los padres hacen un esfuerzo por comprender el concepto de cuarta dimensión, porque como humanos que son, su cerebro solo está habituado al mundo familiar de las tres dimensiones.

Aunque Homer salta de las dos a las tres dimensiones, no de las tres a las cuatro, ocurre exactamente la misma secuencia de acontecimientos en «Homer^3». Marge no consigue averiguar lo que le ha ocurrido a Homer, porque le oye pero no le ve, y también recibe consejo de un científico, el profesor John Nerdelbaum Frink Junior.

A pesar de su personalidad cómicamente excéntrica, no debemos subestimar el genio del profesor Frink. En realidad, sus credenciales científicas quedan bien claras en «Frinkenstein», una historia de «La casa-árbol del terror XIV» (2003), en la cual recibe un premio Nobel de manos nada menos que de Dudley R. Herschbach, que ganó su premio Nobel en 1986 y que pone voz a su personaje[23].

Igual que el físico en *Dimensión desconocida*, Frink traza con una tiza el portal, contemplado por Ned Flanders, el jefe Viggum, el reverendo Lovejoy y el doctor Hibbert, que han acudido todos a ofrecerle apoyo. Frink entonces les explica el misterio: «Bueno, es obvio para cualquier individuo con dos dedos de frente y con un título superior en topología hipérbolica, que Homer Simpson se ha adentrado en… *la tercera dimensión*».

La afirmación de Frink sugiere que los personajes de *Los Simpson* están atrapados en un mundo de dos dimensiones, y que por tanto les cuesta imaginar una tercera dimensión. La realidad animada de Springfield es algo más complicada, porque vemos habitualmente a Homer y su familia cruzando por delante y detrás de los demás, cosa que sería imposible en un universo estrictamente bidimensional. Sin embargo, para los efectos de este fragmento de «La casa-árbol del terror», asumamos que Frink tiene razón al suponer la existencia de solo dos dimensiones en *Los Simpson*.

Y veamos cómo explica el concepto de las dimensiones superiores dibujando un diagrama en una pizarra:

PROFESOR FRINK:

Este es un cuadrado corriente y moliente.

JEFE WIGGUM:

¡Eh, sabio más despacio!

PROFESOR FRINK:

Pero supongamos que desarrollamos el cuadrado en otra dimensión de nuestro universo siguiendo un eje hipotético…

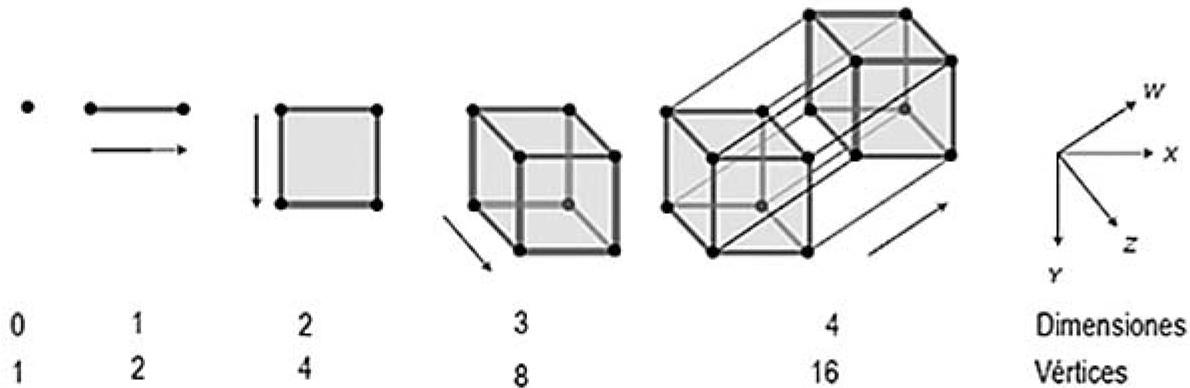
TODO EL MUNDO:

(Respingo).

PROFESOR FRINK:

> Se forma así un objeto tridimensional conocido como «cubo», o «frinkaedro», en honor a un servidor, su descubridor.

La explicación de Frink ilustra la relación entre dos y tres dimensiones. De hecho, se puede usar ese sistema para explicar la relación entre todas las dimensiones.



Si empezamos con cero dimensiones, tendremos un punto cero-dimensional. Este punto se puede prolongar digamos en la dirección *X*, trazando un camino que forme una línea unidimensional. A continuación, la línea unidimensional se puede prolongar en dirección perpendicular, formando un cuadrado bi-dimensional. Ahí es donde la explicación del profesor Frink coge altura, porque el cuadrado bidimensional se puede estirar en la dirección *Z*, que es perpendicular a su cara, y formar un cubo tridimensional (o frinkaedro). Por último, es matemáticamente, si no físicamente, posible ir un paso más allá y arrastrar el cubo en otra dirección perpendicular (etiquetada como la dimensión *W*) y formar un cubo de cuatro dimensiones. Los cubos de cuatro dimensiones (o más) son conocidos como «hipercubos».

El diagrama de un hipercubo de cuatro dimensiones es un simple esbozo, el equivalente a una figura hecha con palotes usada para captar la esencia de la estatua del David de Miguel Ángel. Sin embargo, la figurita de palotes del hipercubo sugiere un modelo emergente que ayuda a explicar la

geometría de las formas en cuatro e incluso más dimensiones. Consideremos el numero de extremos o esquinas (conocido como «vértices») que posee cada objeto a medida que nos vamos moviendo de dimensión en dimensión. El número de vértices sigue un modelo sencillo: 1, 2, 4, 8, 16… En otras palabras, si *d* es el número de las dimensiones, entonces el número de vértices es igual a 2^d. De ahí que un hipercubo de diez dimensiones tenga 2^{10} o 1024 vértices.

A pesar del profundo conocimiento que tiene el profesor Frink de las dimensiones más elevadas, la mala noticia es que es incapaz de salvar a Homer, que queda vagando en su nuevo universo. Se producen después una serie de acontecimientos estrafalarios que acaban con una visita a una tienda de pasteles eróticos. Durante esta aventura, Homer se encuentra con diversos fragmentos de matemáticas que se materializan en un paisaje tridimensional.

Por ejemplo, poco después de que Homer viaje a través del portal, una serie de números y letras, aparentemente al azar, flotan a lo lejos en la distancia: 46 72 69 6E 6B 20 72 75 6C 65 73 21. De hecho, las letras son números «hexadecimales» (en base 16). Los números hexadecimales se expresan usando los habituales dígitos del 0 al 9 más otros seis llamados A = 10, B = 11, C = 12, D = 13, E = 14 y F = 15. Juntos, cada pareja de números hexadecimales representan un carácter en ASCII (American Standard Code for Information Interchange), que es un protocolo para convertir letras y puntos en números, sobre todo en los ordenadores. Según el protocolo ASCII, 46 representa «F», 72 representa «r», y así sucesivamente. Traducida, la secuencia entera ofrece una enérgica proclama en alabanza de los *geek*: «Frink rules!» («¡Viva Frink!»).

Unos momentos más tarde, aparece la segunda exquisitez matemática en el paisaje tridimensional, cortesía de David S. Cohen:

$$1782^{12} + 1841^{12} = 1922^{12}$$

Es otra falsa solución del último teorema de Fermat, como la que creó Cohen para «El mago de Evergreen Terrace», de la que ya se habló en el capítulo 3. Los números han sido cuidadosamente elegidos para que los dos lados de la ecuación parezcan casi iguales. Si comparamos la suma de los

dos primeros cuadrados con la suma del tercer cuadrado, los resultados son acertados para los nueve primeros dígitos, tal y como aparecen en negrita:

```
 1,025,397,835,622,633,634,807,550,462,948,226,174,976 (1782^12)
+1,515,812,422,991,955,541,481,119,495,194,202,351,681 (1841^12)
=2,541,210,258,614,589,176,288,669,958,142,428,526,657
 2,541,210,259,314,801,410,819,278,649,643,651,567,616 (1922^12)
```

Esto significa que la discrepancia en la ecuación es solo de un 0,00000003 por 100, pero es más que suficiente para que la solución sea considerada falsa. En realidad, existe una forma rápida de comprobar que $1782^{12} + 1841^{12} = 1922^{12}$ es una falsa solución, sin tener que hacer largos cálculos. El truco está en observar que tenemos un número par (1782) elevado a la duodécima potencia, sumado a un número impar (1841), elevado también a la duodécima potencia. El hecho de que sean pares o impares es muy importante, porque un número impar elevado a cualquier potencia dará siempre un resultado impar, mientras que un número par elevado a cualquier potencia siempre dará un resultado par. Como un número impar sumado a un número par da siempre un resultado impar, el lado izquierdo de la ecuación está condenado a ser impar, mientras que el lado derecho de la ecuación debe ser obligatoriamente par. Por tanto, es obvio que se trata de una solución falsa:

$$\text{par}^{12} + \text{impar}^{12} \neq \text{par}^{12}$$

Si parpadea se habrá perdido otros cinco guiños *nerds* que pasan relampagueando junto a Homer en su universo tridimensional. El primero es una tetera que parece normal y corriente. ¿Por qué es tan *nerd*? Cuando el pionero de la investigación de los gráficos Martin Newell, de la Universidad de Utah, quiso crear un objeto generado por ordenador en 1975, eligió ese objeto doméstico; era relativamente sencillo y sin embargo ofrecía alguna dificultad, como el asa y las curvas. Desde entonces, la llamada tetera de Utah se ha convertido en un estándar de la industria para demostrar el *software* de gráficos informáticos. Ese estilo de tetera en particular también ha hecho apariciones estelares en una escena de un té en

Toy Story, en el dormitorio de Boo en *Monstruos, S. A.* y en diversas películas más.

El segundo guiño es un desfile aéreo de los números 7, 3 y 4, una referencia en clave a Pacific Data Images, que produjeron los gráficos informáticos. Estos dígitos en el teclado de marcado de un teléfono están asociados con las letras P, D e I.

Tercero, vemos brevemente una ecuación cosmológica ($\rho_{m0} > 3H_0^2 / 8\pi G$) que describe la densidad del universo de Homer. Proporcionada por uno de los amigos más antiguos de Cohen, el astrónomo David Schiminovich, la ecuación implica una elevada densidad, que significa que la atracción gravitacional resultante al final hará que el universo de Homer se desmorone. En realidad, es exactamente eso lo que ocurre hacia el final de este fragmento.

Justo antes de que desaparezca el universo de Homer, Cohen coloca un fragmento matemático especialmente intrigante para el espectador con criterio. En la escena que se muestra en la página 187, encima del hombro izquierdo de Homer vemos una disposición de la ecuación de Euler ligeramente inusual. Esta ecuación también aparece en «EstadisticBart».

Finalmente, en la misma imagen, se puede ver por encima del hombro derecho de Homer la relación P = NP. Aunque la mayoría de los espectadores no se habrán fijado en esas tres letras, y mucho menos habrán pensado en ellas, P = NP representa uno de los problemas más importantes sin resolver de la ciencia informática teórica.

P = NP es una afirmación concerniente a dos tipos de problemas matemáticos. P significa «tiempo polinómico» y NP «tiempo polinómico no determinista». En términos rudimentarios, los problemas tipo P son fáciles de resolver, mientras que los problemas NP son difíciles de resolver, pero fáciles de comprobar.

Por ejemplo: la multiplicación es fácil y se clasifica como problema tipo P. Aunque los números por multiplicar vayan siendo mayores, el tiempo requerido para calcular el resultado aumenta de una manera relativamente modesta.

Por el contrario, «factorizar» es un problema de tipo NP. Factorizar un número significa sencillamente identificar sus divisores, una operación

trivial para los números pequeños, pero que en seguida se vuelve imposible de realizar para números grandes. Por ejemplo, si nos piden que hallemos los factores de 21, inmediatamente respondemos: 21 = 3 × 7. Sin embargo, factorizar 428 783 es mucho más difícil. En realidad se necesita una hora entera con la calculadora para descubrir que 428 783 = 521 × 823. Sin embargo, si alguien le tendiera un papel con los números 521 y 823 apuntados, podría comprobar en cuestión de segundos que son los divisores correctos. Factorizar por tanto es un clásico problema de tipo NP: difícil de resolver para los números grandes, pero fácil de comprobar.

¿O es posible que factorizar no sea tan difícil como pensamos?

La cuestión fundamental para los matemáticos e informáticos es si factorizar es realmente difícil de hacer, o si existe algún truco que podría hacerlo mucho más sencillo. Lo mismo se aplica a un montón de supuestos problemas de tipo NP. ¿Son difíciles en realidad, o bien nos resultan complicados porque no somos lo bastante listos para averiguar de qué forma resolverlos fácilmente?

Esta cuestión es de un interés más que académico, porque algunas tecnologías importantes se basan en que los problemas de tipo NP sean insolubles. Por ejemplo, hay algoritmos de encriptación muy usados que dependen de la suposición de que es difícil factorizar los números grandes. Sin embargo, si factorizar no fuese tan difícil y alguien descubriera el truco que lo hace más sencillo, esos sistemas de encriptación se verían comprometidos. A su vez, eso pondría en peligro toda la seguridad, desde las compras personales a la política internacional al más alto nivel o las comunicaciones militares.

El problema se suele resumir como «¿P = NP o P ≠ NP?», que suscita la pregunta: ¿resultará algún día que problemas aparentemente difíciles (NP) son en realidad tan fáciles como los problemas más sencillos (P), o no?

Encontrar la solución al misterio de P = NP o P ≠ NP está en la lista de lo más deseado por los matemáticos, e incluso tiene puesto precio a su cabeza. El Instituto de Matemáticas Clay, establecido en Cambridge, Massachusetts, por el filántropo Landon Clay, clasificó este enigma como uno de sus siete premios a los problemas del milenio de 2000, ofreciendo

un millón de dólares como recompensa para una respuesta definitiva a la pregunta: ¿P = NP o P ≠ NP?

David Cohen, que estudió los problemas tipo P y NP mientras cursaba el máster en informática de la Universidad de Berkeley, California, tiene la sospecha de que los problemas NP en realidad son mucho más fáciles de lo que pensamos, y por eso aparece P = NP detrás de Homer en su universo en tres dimensiones.

Sin embargo, Cohen mantiene un punto de vista minoritario. William Gasarch, informático de la Universidad de Maryland, entrevistó a cien investigadores en 2002, y solo un 9 por 100 pensaba que P = NP, mientras que el 61 por 100 creía que P ≠ NP. Repitió la encuesta en 2010, y en esta ocasión el 81 por 100 pensaba que P ≠ NP.

Por supuesto, la verdad en matemáticas no la decide un concurso de popularidad, pero si la mayoría tiene razón, entonces el hecho de que Cohen coloque P = NP en el paisaje de «Homer^3» podría parecer algo incongruente. Sin embargo, no parece que eso vaya a significar un problema a corto plazo, ya que la mitad de los matemáticos encuestados no creían que se pudiera resolver el problema durante este siglo.

Finalmente, hay una referencia matemática más en «Homer^3» que también merece mención. Con más precisión diríamos que la referencia en realidad no aparece en el fragmento de «Homer^3», sino más bien en la secuencia de créditos para todo el episodio de «La casa-árbol del terror VI». Por tradición, los créditos en los episodios de Halloween de *Los Simpson* siempre han sido extravagantes. Por ejemplo, Matt Groening aparece como Bat Groening, Rat Groening y como Matt «Mr. Spooky» Groening, y también como Morbid Matt Groening.

Esta tradición se inspira en un cómic llamado *Historias de la cripta*, que contenía habitualmente créditos mutantes de sus guionistas y artistas. Su editorial, EC Comics, se hizo famosa cuando el subcomité del Senado para la Delincuencia Juvenil celebró unas vistas sobre el cómic en 1954 que concluyeron que *Historias de la cripta* y otros títulos eran responsables de corromper a la juventud americana. Esto tuvo como resultado la eliminación de zombis, hombres lobo y personajes de la misma calaña de todos los comics, y a su vez estas restricciones obligaron a que dejara de

publicarse *Historias de la cripta* en 1955. Sin embargo, *Historias de la cripta* tiene todavía muchísimos fans, la mayoría de los cuales ni siquiera habían nacido cuando acabó en una tumba prematura. Al Jean es uno de esos fans, y fue él quien sugirió prestar homenaje al cómic imitando la idea de unos créditos mutantes en los episodios de «La casa-árbol del terror».

Todo lo cual explica por qué los créditos de «La casa-árbol del terror VI» incluyen a Brad Bird «el Empalador», Lee Harting el «Licántropo» y Wotsa Matta U. Groening. Y si miran con mucho cuidado verán una graciosa referencia al teorema de Pitágoras y el guionista de «Homer^3»:

$$\mathit{DAVID}^2 + \mathit{S.}^2 = \mathit{COHEN}^2$$

EXAMEN IV

Broma 1

P: ¿Qué es un oso polar?

R: Un oso rectangular después de un cambio de coordenadas.

Broma 2

Dos matemáticos, Isaac y Gottfried, están en un *pub*. Isaac se queja de la falta de conocimientos matemáticos del público en general, pero Gottfried es más optimista. Para probar que tiene razón, Gottfried espera a que Isaac se vaya al baño y llama a la camarera. Le explica que le va a hacer una pregunta cuando vuelva Isaac, y que ella tiene que responder sencillamente: «Un tercio de *x* al cubo».

—¿Un cubo de qué? —dice ella.

—No, un tercio de *x* al cubo.

—¿Un trozo de queso en cubos?

—No, «un tercio de *x* al cubo», repita.

—¿Un tejido de equis en cubos? ¡No tiene sentido!

—No, no, fíjese. Lo está diciendo mal, es «un tercio de *x* al cubo».

—¿Un tercio de *x* al cubo?

—¡Sí! ¡Eso es! ¡No lo olvide, por favor!

La camarera se aleja repitiendo en voz baja «un tercio de *x* al cubo», «un tercio de *x* al cubo…».

Vuelve Isaac, bebe un poco más con Gottfried, la discusión continúa y al final Gottfried llama a la camarera para probar su afirmación.

—Isaac, hagamos un experimento. Señorita, ¿le importa si le hago una pregunta sencilla de cálculo? ¿Cuál es la integral de *x* al cubo?

La camarera se rasca la cabeza y dice:

—Un tercio de *x* al cubo… ¡más la constante de integración!

Broma 3

—¿Cómo se llama el nuevo profesor del Departamento de Matemáticas?

—No lo sé pero creo que le llaman «el épsilon».

—¿Por qué?

—Porque es pequeño y despreciable.

Broma 4

¿Qué pasa cuando *x* tiende a infinito? Que infinito se seca.

Broma 5

—Tú que eres matemático, ¿crees en Dios?

—Sí, salvo isomorfismos.

CAPÍTULO 14

EL NACIMIENTO DE «FUTURAMA»

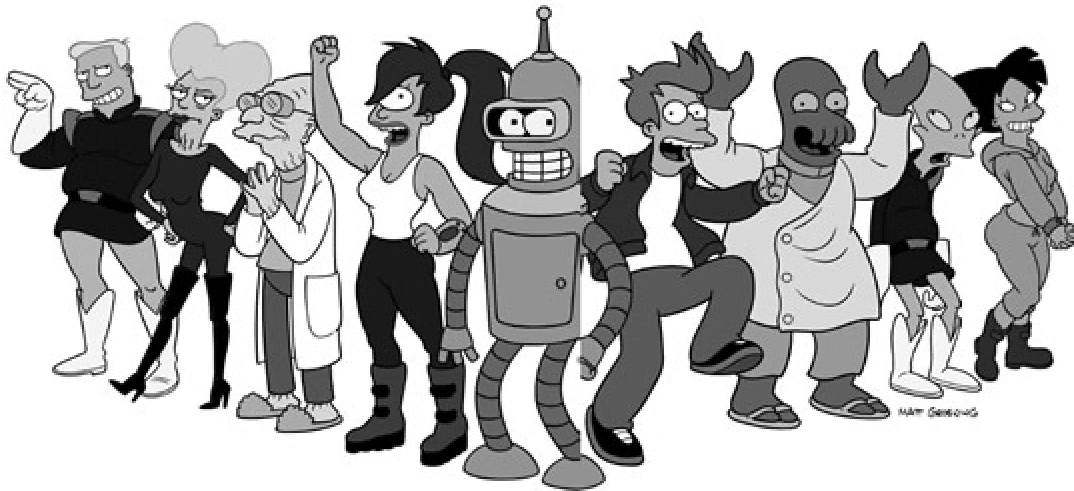


Mientras *Los Simpson* alcanzaba nuevas alturas matemáticas con la emisión de «Homer^3» en octubre de 1995, Matt Groening empezaba a centrarse en otro proyecto. Su primera serie animada de televisión había sido un éxito mundial tan enorme que la Fox le pidió que hiciera una serie hermana.

Así que en 1996 Groening formó equipo con David S. Cohen y desarrollaron una serie de animación de ciencia ficción. Cohen era el aliado natural de Groening, porque toda su vida había estado fascinado por la ciencia ficción, ya desde que veía reposiciones de la serie original de *Star Trek*. Cohen también sentía un enorme respeto por las figuras eminentes de la literatura de ciencia ficción, como Arthur C. Clarke y Stanislaw Lem. De ahí que para Cohen, tomarse la ciencia ficción muy en serio fuera un punto de partida importante para la serie. «La decisión que tomamos Matt Groening y yo desde el principio fue que la cosa no resultara demasiado tonta. No queríamos reírnos de la ciencia ficción, sino más bien hacer ciencia ficción divertida».

Cohen también tenía los conocimientos *nerds* necesarios para ocuparse de los inevitables asuntos tecnológicos que surgen siempre en las aventuras de ciencia ficción, como por ejemplo cómo hacer viajes intergalácticos a largas distancias en un tiempo razonable. Este problema es perenne en la ciencia ficción, porque ni las naves espaciales ni en realidad nada puede viajar más rápido que la luz, y la luz tarda más de dos millones de años en viajar hasta la galaxia en espiral más próxima. Cohen dio con dos soluciones que podían permitir a los personajes viajar distancias intergalácticas en una cantidad de tiempo razonable. Una de sus soluciones

fue introducir una trama que establecía que los científicos habían conseguido aumentar la velocidad de la luz en 2208. La otra solución, más atrevida todavía, era proponer un motor que alcanzara velocidades superiores a la luz acelerando el universo en torno, y no la nave a la que estaba unido.



9. De izquierda a derecha, el reparto de *Futurama* incluye a Zapp Brannigan (general de veinticinco estrellas y capitán de la nave estelar *Nimbus*), Mamá (la maquiavélica propietaria de la Corporación Mamá), el profesor Hubert J. Farnsworth (el fundador de Planet Express, de ciento sesenta años), Leela (capitana de la nave de Planet Express), Bender (un robot vicioso), Philip J. Fry (repartidor del siglo XX y del XXXI), Zoidberg (el médico del personal de Planet Express, procedente de Decapod 10), Kif Kroker (miembro de la tripulación del *Nimbus*, que está enamorado de Amy), y Amy Wong (miembro del personal de Planet Express, que está enamorada de Kif).

Juntos, Groening y Cohen empezaron a trabajar en una serie de guiones basados en las aventuras de un personaje llamado Philip J. Fry, un chico que repartía pizzas en la ciudad de Nueva York y que acabó congelado y criogenizado en las primeras horas del año 2000. Revivido mil años más tarde en Nueva York, Fry desea ardientemente embarcarse en una nueva vida en el siglo XXXI, optimista al pensar que su carrera será más afortunada que en el antiguo. Pero se queda muy frustrado al saber que va a recibir el implante de un chip de carrera que le condenará al mismo trabajo que hacía

antes, como repartidor. La única diferencia es que en lugar de entregar pizzas en Nueva York, repartirá paquetes a nivel interplanetario para una empresa llamada Planet Express.

Groening y Cohen entonces tuvieron que inventarse a los demás miembros del equipo de Planet Express. Los colegas de Fry son Leela, una mutante de un solo ojo que rompe el corazón repetidamente a Fry, y Bender, un robot entre cuyas aficiones están robar, jugar, mentir, beber y cosas peores. Otros personajes de la serie son el profesor Hubert J. Farnsworth (de ciento sesenta años, fundador de Planet Express Inc.), el doctor John A. Zoidberg (el doctor alienígena de la empresa, que es como una langosta), Hermes Conrad (ex campeón de limbo olímpico y contable de la empresa) y Amy Wong (becaria).

En muchos aspectos, el plan de esta serie animada era ser como cualquier comedia clásica, igual que la serie americana *Taxi* o la británica *The IT Crowd* («Los informáticos»). La única diferencia es que era posible escribir cualquier guión, porque la tripulación de Planet Express podía encontrarse con todo tipo de *aliens* extraños en planetas estrafalarios con problemas peculiares mientras vagaban por el universo entregando paquetes.

A pesar del interés inicial de la Fox, Groening se dio cuenta en seguida de que los ejecutivos de la cadena no estaban impresionados con su estrafalario reparto de personajes inadaptados y aventuras cósmicas. Cuando la Fox intentó interferir, Groening se resistió. La presión aumentó y Groening se plantó más aún. Al final, después de lo que Groening describiera como «la peor experiencia de toda mi vida adulta, de lejos», él se salió con la suya y la nueva serie fue encargada en los mismos términos que *Los Simpson*, con todo el control por parte de los guionistas.

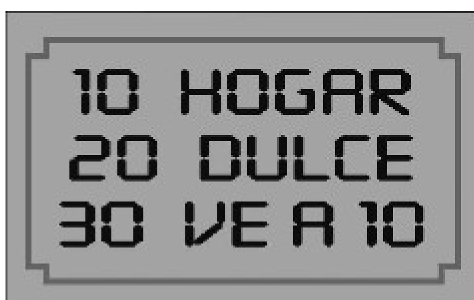
Después de obtener luz verde oficialmente, la serie recibió el título de *Futurama*, por el nombre de un montaje de la Exposición Universal de 1939 en Nueva York que llevaba a los visitantes a un viaje hacia «el mundo del mañana». A continuación, Groening y Cohen empezaron a contratar a un nuevo equipo de guionistas, porque se había acordado tácitamente que *Futurama* no quitaría personal a *Los Simpson*. No resulta sorprendente que varios de los reclutas para *Futurama* provinieran de campos como la

informática, las matemáticas y la ciencia. Uno de los nuevos guionistas, Bill Odenkirk, había hecho un doctorado en química orgánica en la Universidad de Chicago. En realidad había inventado junto con otra persona el 2,2-Bis(2-indenil) bifenilo, que se puede usar como catalizador para hacer plásticos.

Durante esta fase de reclutamiento, los guionistas de series de animación tienen derecho a unirse a un sindicato. Como ya había un miembro del sindicato llamado David S. Cohen, y a los guionistas sindicados no se les permite compartir el mismo nombre, el guionista de *Futurama* se cambió el nombre a David X. Cohen. La X no es ninguna abreviatura, sino que resume algunos de los principales intereses de Cohen, como la ciencia ficción y las matemáticas: a Cohen le gustan tanto *Expediente X* como el álgebra.

El primer episodio de *Futurama* fue emitido el 8 de marzo de 1999. Aunque todo el mundo esperaba que esta nueva serie de ciencia ficción contuviese muchos hechos científicos, los espectadores más eruditos se quedaron impresionados en seguida por la enorme cantidad y calidad de referencias *nerd*.

Por ejemplo, en el tercer episodio, «Yo, compañero de piso» (1999) se ve que Fry decide irse a vivir con Bender, el robot mal hablado y malhumorado. En la pared de su nuevo apartamento se encuentra colgado un mensaje bordado a punto de cruz:



Es una referencia a un lenguaje de programación conocido como BASIC (Beginner’s All-purpose Symbolic Instruction Code), en el cual cada instrucción recibe un número, y las instrucciones se siguen en orden numérico. La instrucción «ve» (GO TO) es muy habitual en BASIC, y en

este caso 30 GO TO 10 significa volver a la línea 10. De modo que el bordado transmite la frase hecha «hogar, dulce hogar». Si llevamos el bordado a su extremo lógico, entonces en realidad dice: «hogar dulce hogar dulce hogar dulce hogar…».

Como forma parte solamente del fondo de la escena, esta broma sobre el BASIC obedece a la primera norma de la sala de guionistas de *Futurama*: las referencias oscuras están bien, mientras no se interpongan en la trama. Una broma igual de oscura aparece en «Universidad de Marte» (1999), cuando se ve brevemente una pizarra cubierta de ecuaciones esotéricas relativas a una rama concreta de la física conocida como «teoría supersimétrica de cuerdas», solo que en *Futurama* se llama «teoría superrequetesimétrica de cuerdas». En la broma principal aparece un diagrama etiquetado como el Perro de Witten, que es una referencia tanto a Ed Witten como al gato de Schrödinger.

Ed Witten, uno de los padres de la teoría de supercuerdas, se considera habitualmente el físico teórico vivo más importante, y seguramente el científico más listo que no ha ganado jamás un premio Nobel. Como compensación, Witten al menos puede tener el orgullo de haber sido inmortalizado en *Futurama*. El gato de Schrödinger es un famoso «ejercicio mental», que se lleva a cabo en nuestra imaginación, más que en el laboratorio. Erwin Schrödinger, que ganó el premio Nobel de física en 1933, se preguntó qué ocurriría en el interior de una caja de madera con un gato dentro, un poco de material radiactivo y un mecanismo de envenenamiento que se pudiera disparar con un imprevisible deterioro radiactivo. Al cabo de un minuto, ¿está el gato vivo o muerto? ¿Ha habido un deterioro radiactivo que haya disparado el mecanismo de envenenamiento? En el siglo XIX los físicos habrían dicho que el gato o bien está muerto o bien está vivo, pero que no sabemos cuál de las dos cosas ocurre. Sin embargo, en las primeras décadas del siglo XX, el recién desarrollado punto de vista cuántico del universo ofrecía una interpretación diferente. En particular, la interpretación de Copenhague sugería la extravagante idea de que el gato estuviese en una llamada «superposición de estados», cosa que significa que está vivo y muerto a la vez… hasta que abrimos la caja, en cuyo momento se resuelve la situación.

Schrödinger y su gato hicieron una aparición estelar en otro episodio titulado «Ley y oráculo» (2011). Los policías de tráfico persiguen a un veloz Schrödinger, que al final se estrella. Cuando sale del desastre, le preguntan por la caja que lleva en el coche. Los policías son URL (pronunciado «Earl») y Fry, que temporalmente ha dejado su trabajo en Planet Express.

URL:

¿Qué lleva en la caja, Schrödinger?

SCHRÖDINGER:

Pueees… un gato, un poco de veneno y un átomo de cesio.

FRY:

¡El gato! ¿Está vivo o muerto? ¿Vivo o muerto?

URL:

Contéstele, idiota.

SCHRÖDINGER:

Ambos estados coexisten hasta que se abre la caja y se colapsa la función de ondas.

FRY:

Eso dice usted.

[Fry abre la caja y de ella salta un gato, que le ataca. URL examina la caja más de cerca.]

URL:

También hay un montón de drogas…

Por supuesto, este es un libro sobre matemáticas, no sobre física, de modo que es hora ya de centrarnos en las docenas de escenas de *Futurama* que hablan de todo tipo de cosas, desde la geometría más complicada hasta infinitos increíbles. Una escena de este tipo aparece en «El bocinazo» (2000), episodio en el que Bender vuelve al castillo encantado de su difunto tío Vladimir para asistir a la lectura del testamento de Vladimir. Mientras el

robot está sentado en la biblioteca con sus amigos, en la pared aparecen los dígitos 0101100101 escritos con sangre. Bender se siente mucho más confuso que asustado, pero cuando ve los dígitos reflejados en el espejo: 1010011010, se aterroriza de inmediato. Aunque no se da explicación alguna en el diálogo, los espectadores que conozcan el código binario apreciarán el horrible significado de esa escena. El número que aparece en la pared, 0101100101, cuando se transfiere de binario a decimal, equivale a 357. Este número no tiene connotaciones desagradables de ningún tipo, pero su reflejo sí que hiela la sangre. Podemos convertir el reflejo, 1010011010, de binario en decimal como sigue:

Número binario	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0
	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
Valor lugar	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Total	= 512	+ 0	+ 128	+ 0	+ 0	+ 16	+ 8	+ 0	+ 2	+ 0
	= 666									

El 666, claro está, irá asociado para siempre con el demonio, porque es el número de la Bestia. Por tanto, quizá el 1010011010 deba ser considerado el Número de la Bestia Binaria.

Los matemáticos, que en general no tienen reputación de adoración alguna por la numerología diabólica o demoníaca, tienen una afición

sorprendente por el 666. Incluso han señalado un número primo en particular que tiene esta serie de dígitos: 1 100 000 000 000 066 600 000 000 000 001. Se llama el primo de Belfegor, en honor a uno de los siete príncipes del infierno. Igual que contiene el 666 en su corazón, este primo infame tiene también trece funestos ceros a cada lado del Número de la Bestia.

El mensaje oculto invertido en «El bocinazo» es un guiño a *El resplandor*, una película clásica de terror de 1980. En una de las escenas más famosas de la película, un niño llamado Danny entra en el dormitorio de su madre y escribe REᗡЯUM en la puerta con pintalabios. Ella se despierta y se lo encuentra de pie a su lado con un cuchillo en la mano, y entonces ve la palabra reflejada en el espejo de su tocador y ve que es MURDƎЯ (asesinato).

El 666 en binario inverso es un código matemático claro, uno de los muchos mensajes cifrados que aparecen en *Futurama*. Todos esos mensajes demuestran diversos principios de la «criptografía», el nombre formal de la rama de las matemáticas aplicadas que se ocupa de la creación y el descifrado de códigos.

Por ejemplo, varios episodios contienen tableros, notas o grafiti que muestran mensajes escritos en escrituras alienígenas. La inscripción alienígena más sencilla aparece en «Inspección letal» (2010), donde vemos una nota que dice lo siguiente:

Los criptógrafos llaman a esto un «cifrado por sustitución», porque cada letra del alfabeto inglés ha sido sustituida por un carácter distinto, en este caso, un símbolo alienígena. Este tipo de cifrado fue descodificado por primera vez por el matemático árabe del siglo IX Abu al-Kindi, que se dio cuenta de que las letras tienen personalidad. Y la personalidad de cada letra en particular la adopta cualquier símbolo que reemplace a esa letra en el mensaje codificado. Observando dichos rasgos, es posible descifrar el mensaje.

Por ejemplo: la frecuencia forma parte importante de la personalidad de una letra. «E», «t» y «a» son las letras más frecuentes en inglés, mientras que los símbolos más comunes en el mensaje alienígena son y , que aparecen ambos seis veces. De ahí que y probablemente representen la «e», la «t» o la «a», pero ¿cuál es cual? Una clave que nos puede ayudar aparece en la primera palabra, , que tiene una repetida. Hay pocas palabras que tengan –aa– o –tt–, pero hay muchísimas que contienen la forma –ee–, como *been*, *seen*, *teen*, *deer*, *feed* y *fees*. De ahí que sea fácil asumir que = e. Con un poco más de trabajo detectivesco, sería posible desentrañar este mensaje en particular: «¿Necesitas dinero extra? Derrite a los humanos que ya no quieras. Pagamos bien». Y con un par de mensajes más, se puede descifrar perfectamente toda la escritura *alien*, desde la A ( ) a la Z ( ).

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

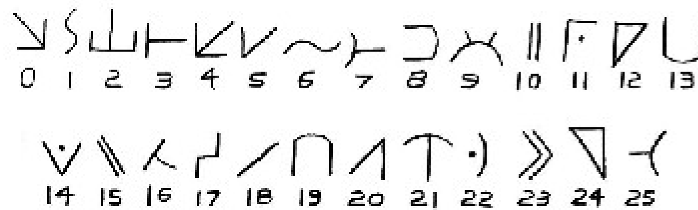
Lógicamente, los fans de *Futurama* y de las matemáticas encontraron este código alienígena demasiado fácil de descifrar, de modo que Jeff Westbrook (que escribía guiones tanto para *Futurama* como para *Los Simpson*) desarrolló un código alienígena más complejo.

El trabajo de Westbrook dio como resultado la reinvención del cifrado de texto con autoclave, que es similar a un código que inventó Girolamo Cardano (1501-1576), uno de los mejores matemáticos del Renacimiento italiano. El código opera asignando números a las letras del alfabeto: A = 0,

B = 1, C = 2, D = 3, E = 4…, Z = 25. Después de este paso preliminar, la encriptación requiere dos pasos más. Primero, cada letra se reemplaza por el número que es suma de los números de todas las letras hasta esa posición, incluyendo la propia letra. De ahí que BENDER OK se transforme como sigue:

Letra	B	E	N	D	E	R	O	K
Número	1	4	13	3	4	17	14	10
Total	1	5	18	21	25	42	56	66

El segundo y último paso de la encriptación implica reemplazar cada número total por el símbolo correspondiente de esta lista:



Solo hay 26 símbolos, asociados con los números del 0 al 25, de modo que ¿qué símbolo representa la R, O y K, a las que se han asignado totales de 42, 56 y 66 respectivamente? La norma[24] es que el número mayor que 25 se reduzca de nuevo restándole 26, y de nuevo otra vez, hasta que entre en el rango de 0 a 25. Para encontrar el símbolo de R, por tanto, sustraemos 26 de 42, lo cual nos deja con 16, que se asocia con . Aplicando la misma norma a las dos letras restantes, BENDER OK se encripta como .

Sin embargo, si estuviera precedida por otras palabras, BENDER OK se encriptaría de una manera distinta, ya que el total se vería afectado. Esto hace que el cifrado de autoclave de Westbrook sea endemoniadamente difícil de descodificar. Westbrook codificó varios mensajes en distintos episodios, y todos resultaron un desafío muy serio para todos aquellos fans de *Futurama* que se habían aficionado a descodificar los códigos que aparecían en la serie. En realidad pasó un año entero hasta que alguien

consiguió descifrar los detalles exactos del cifrado de autoclave, y descodificó los diversos mensajes.



Aunque se podría esperar que aparecieran algunos códigos difíciles en el episodio de *Futurama* «El código Bah Vinci» (2010), su aspecto más interesante matemáticamente se relaciona con un área de las matemáticas totalmente distinta. En la trama, el equipo de Planet Express analiza con mucho detalle el cuadro de Da Vinci *La última cena*, y notan algo extraño en Santiago el Menor, un apóstol sentado en el extremo izquierdo de la mesa. Unos potentes rayos X revelan que Da Vinci pintó originalmente a Santiago como un robot de madera. Para averiguar si Santiago era un autómata primigenio o no, la tripulación se dirige a Future-Roma, donde descubren la tumba de Santiago. Y muy importante: también dan con una cripta con un grabado convenientemente oscuro que dice:

$$\mathbf{II^{XI} - (XXIII \bullet LXXXIX)}$$

A primera vista los números romanos parecen una fecha. Pero si los examinamos más detenidamente, vemos que el grabado incluye paréntesis, un signo de sustracción y un punto que representa un signo de multiplicación. Incluso tenemos también una disposición muy inusual de un número romano elevado a la potencia de otro número romano (II^{XI}). Si convertimos todos estos números romanos en dígitos más familiares, podemos empezar a encontrar sentido a la inscripción:

$$II^{XI} - (XXIII \bullet LXXXIX)$$
$$2^{11} - (23 \times 89)$$

Entonces, $2^{11} = 2048$ y $23 \times 89 = 2047$, y el resultado de esta sustracción es sencillamente de 1. Esto no resulta especialmente llamativo, pero si completamos la ecuación y la arreglamos un poco, entonces quizá empiece a resultarnos familiar:

$$2^{11} - (23 \times 89) = 1$$
$$2^{11} - 1 = (23 \times 89)$$
$$2^{11} - 1 = 2047$$

Así ya podemos ver que el número 2047 encaja en la forma general $2^p - 1$. p es 11 en este caso en particular, pero p puede ser cualquier número primo. Ya hablamos de la receta del número $2^p - 1$ en el capítulo 8, donde señalamos que usa un número primo como ingrediente para poder generar a veces un segundo número primo, en cuyo caso el primo resultante recibe el nombre de primo de Mersenne. Sin embargo, $2^{11} - 1$ es interesante, porque el resultado, 2047, está claro que «no» es primo, sino más bien el producto de 23 por 89. En realidad, 2047 es notable porque es el número más pequeño del tipo $2^p - 1$ que no es primo.

Esta referencia cumple dos de los criterios clave requeridos para calificar a un gag clásico de imagen congelada. En primer lugar, la inscripción críptica no tiene trascendencia alguna con respecto a la trama, sino que es simplemente una forma de que los guionistas se diviertan con los números. Y en segundo lugar, es imposible anotar los numerales romanos, traducirlos a decimales y luego reconocer su significado en los breves momentos en que la inscripción está a la vista.

Otro gag de «imagen congelada» aparece en «Pon la cabeza sobre mis hombros» (2000). Cuando Bender abre una agencia de citas por ordenador, vemos un letrero que indica que ese servicio es muy «discreto». «Discreto» implica que Bender respetará la intimidad de sus clientes, tal y como se podría esperar de una agencia semejante. Pero la palabra «discreta» se usa en círculos matemáticos para describir un área de investigación que trata datos que no varían de una forma gradual o continua. Las tortitas que se cambian de orden pertenecen al área de las matemáticas discretas, porque es posible hacer un cambio o dos cambios, pero no uno y medio, ni ninguna otra fracción. Este gag de imagen congelada posiblemente haya sido inspirado por una antigua broma sobre las matemáticas discretas:

P: ¿De qué curso de matemáticas se habla siempre en voz baja, y solo entre amigos o personas de la mayor confianza?

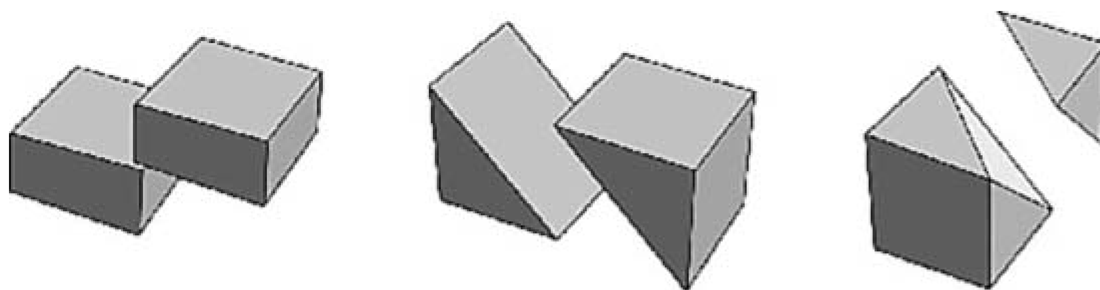
R: Matemáticas discretas.

Otros gags de imagen congelada en *Futurama* se relacionan con signos, como el de Studio $1^2 2^1 3^3$ en «Renacimiento» (2010). Si averiguamos el resultado, $1^2 2^1 3^3 = 1 \times 2 \times 27 = 54$, de modo que es una referencia a Studio 54, la famosa discoteca de Nueva York de los años setenta. También vemos un cartel donde dice: «Historic √66» (en lugar de «Historic Route 66», *route* y *root* [«raíz»] tienen un sonido similar) en «Parásitos perdidos» (2001), y luego está la avenida que recibe el nombre irracional de πth Avenue en «Acciones futuras» (2002).

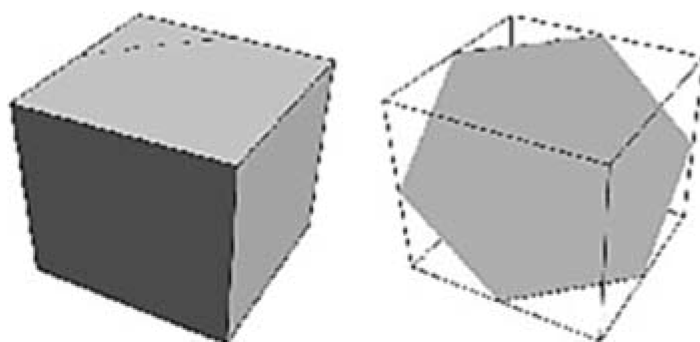
Aunque resulta tentador considerar superficiales todas estas ocurrencias matemáticas, en muchos casos los guionistas han pensado mucho en las ideas que subyacen. El Madison Cube Garden, que aparece en diversos episodios de *Futurama*, es un buen ejemplo. Cuando David X. Cohen inventó el concepto de una encarnación del Madison Square Garden de Nueva York en el siglo XXX, el paso siguiente fue pensar cómo se dibujaría en el paisaje de *Futurama*. El diseño más obvio habría sido un estadio cúbico, con una base, cuatro paredes y un techo de cristal plano. Sin embargo, Ken Keeler y su compañero guionista J. Stewart Burns decidieron investigar la geometría de los cubos para ver si había más opciones interesantes para la orientación y diseño del Madison Cube Garden. Al final se tomaron tan en serio ese asunto que pasaron un par de horas estudiando la geometría de los cubos, mientras el resto del equipo de guionistas se tomaba un descanso.

Sin pensar demasiado adónde les podía conducir todo aquello, Burns y Keeler empezaron a preguntarse qué secciones se podían hacer, si pudieran rebanar un cubo. Por ejemplo, una rebanada horizontal, que dividiera el cubo en dos partes iguales, tendría una sección cuadrada. Por el contrario, una rebanada que empezara en una esquina superior y corriera hasta el borde opuesto diagonalmente, tendría una sección rectangular. Si cortaban solo una esquina, la sección podría ser un triángulo equilátero, isósceles o escaleno.

Todavía llevados por la simple curiosidad, Burns y Keeler se preguntaban si sería posible obtener una sección más exótica.

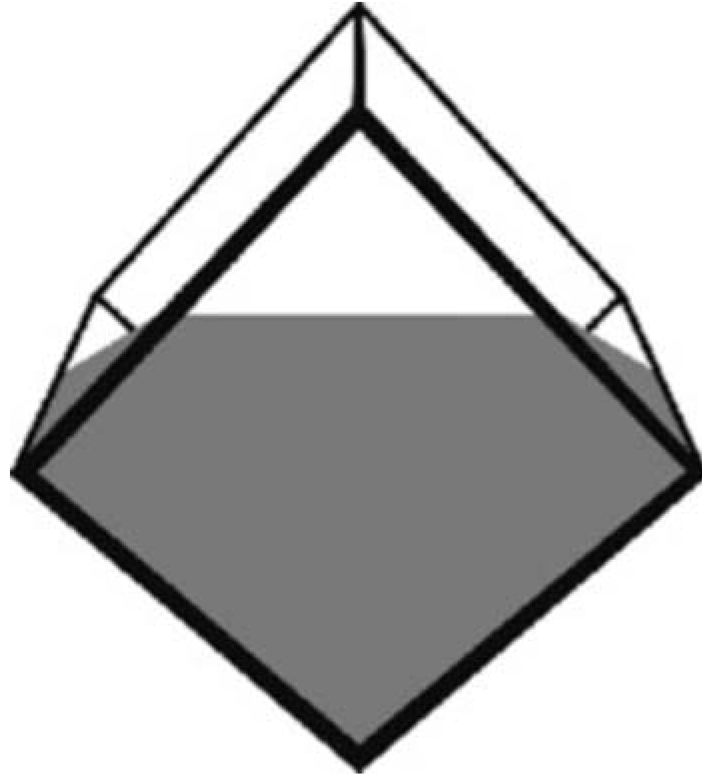


Los dos se sentaron con sus libretas y empezaron a construir cubos de papel, y luego los cortaban una y otra vez. Después de mucho debate y papeles arrugados, Burns y Keeler tuvieron una revelación. Se dieron cuenta de que era posible crear una sección hexagonal cortando una sola rebanada a través de un cubo, en un ángulo en particular. Parece poco probable, pero imagínense que dibujan una línea entre los puntos medios de dos bordes adyacentes, tal y como se muestra la línea de rayitas del cubo de aquí abajo. A continuación dibujen una línea de puntos a través de la esquina opuesta de la cara opuesta. Finalmente, corten desde la línea de rayas a través de la línea de puntos y el resultado será una sección hexagonal regular. La sección tiene seis lados, porque el corte pasa por todas las caras del cubo.



Hay otra forma de obtener esa sección. Imagine que suspende un cubo de un hilo atado a una de sus esquinas. Luego corte una rebanada horizontal, exactamente en la parte media del poliedro que cuelga. Si el cubo de alguna manera pudiera quedar intacto después del corte, y si se pudiera bajar con suavidad hacia una superficie… y si su esquina inferior pudiese quedar incrustada en esa superficie, entonces tendría usted un modelo casi perfecto del Madison Cube Garden. Para completar su modelo,

la zona por encima del corte se convertiría en un techo transparente, mientras que la zona de abajo tendría una disposición adecuada para los asientos.



En los años transcurridos desde que Cohen dio nombre al estadio y el equipo Burns-Keeler creó su arquitectura geométrica única, el Madison Cube Garden ha albergado los encuentros de la Super Liga de Lucha de Robots, luchas de monos gigantes y los Juegos Olímpicos de 3004. De hecho, el Madison Cube Garden ha aparecido en diez episodios, de modo que probablemente es el rasgo matemático más conocido de *Futurama*, aunque no sea el más intrigante.

Ese premio se lo lleva el número 1729.

CAPÍTULO 15

EL 1.729 Y UN INCIDENTE ROMÁNTICO



Zapp Brannigan, de *Futurama*, es general de veinticinco estrellas y capitán de la nave estelar *Nimbus*. Aunque tiene muchos fans que le adoran, y que le ven como un héroe militar valeroso, la realidad es que la mayor parte de sus victorias han sido contra oponentes de poca monta, como los pacifistas de la Nebulosa Gandhi y los jubilados de la Nebulosa de Vida Asistida. Brannigan es en esencia un bufón, cuya vanidad y arrogancia avergüenzan a su tripulación. En realidad su sufrido ayudante, el teniente Kif Kroker, se esfuerza por ocultar su desdén por su incompetente líder.

Kif es un alienígena del planeta Amphibios 9, y sus apariciones en *Futurama* giran a menudo en torno a su disfuncional relación con Brannigan o su relación romántica con la becaria de Planet Express, Amy Wong. Cuando Kif y Amy están en la misma vecindad espacial, hacen lo posible por pasar el tiempo juntos. En «Kif es ligeramente fecundado» (2003) Amy visita a Kif a bordo del *Nimbus*, donde él la lleva al holocobertizo, usado para simular realidades proyectando objetos y criaturas holográficos tridimensionales. Ella chilla encantada cuando aparece un animal familiar en el holocobertizo.

AMY:

¡*Spirit!* Kif, es el poni que siempre había querido, pero mis padres dijeron que ya tenía demasiados ponis.

KIF:

Sí, lo he programado para ti. ¡Cuatro millones de líneas en BASIC!

Ya nos hemos encontrado con otra broma apoyada en el conocimiento del lenguaje de programación de ordenadores BASIC en el episodio «Yo, compañero de piso». Aunque las referencias a la informática son tradición en *Futurama*, a un guionista no *nerd* este diálogo en particular no le impresionó. Durante una reunión de guión, dijo que la referencia a «cuatro millones de líneas de BASIC» era demasiado oscura, y que había que quitarla. En cuanto planteó esta crítica fue vigorosamente acallado por Eric Kaplan, un guionista que había estudiado filosofía de la ciencia. Como recuerda Patric Verrone, que asistió a la reunión: «Eric Kaplan soltó una observación que se hizo famosa. Alguien dijo: "Cuatro millones de líneas de BASIC, ¿quién va a entender eso?" y Kaplan respondió sencillamente: "Que se jodan", y la frase quedó acuñada. Se convirtió en un mantra. Si los espectadores no lo cogen, ya cogerán la siguiente broma».

En el mismo episodio hay una referencia matemática mucho más oscura aún, que se puede ver en el costado del *Nimbus*. Los fans de ojos agudos y obsesivos se han dado cuenta de que el *Nimbus* tiene el número de registro BP-1729. Sería fácil pensar que es un número arbitrario, pero los guionistas de *Futurama* nunca pierden una oportunidad de celebrar las matemáticas, así que debemos suponer que cada número que aparece en pantalla es significativo.

En realidad, el 1729 debe de ser significativo porque aparece en diferentes situaciones, en varios episodios. Por ejemplo, en «Cuento de Navidad» (1999) aparece Mamá, la propietaria maquiavélica de la Corporación Mamá y la Adorable Compañía de Robots de Mamá. Como Mamá posee la fábrica que construyó a Bender, se considera la madre de Bender, de modo que le envía una postal que revela su número de serie:

FELIZ NAVIDAD

HIJO 1729

Además, en «La paracaja de Farnsworth» (2003), los empleados de Planet Express se ven envueltos en una aventura que implica universos paralelos, cada universo adecuadamente contenido en una caja y etiquetado con un número. Mientras comprueba varias cajas para encontrar su propio universo, Fry se mete en una caja y se encuentra en el universo 1729.

De modo que ¿qué es lo que hace tan especial al 1729? Quizá siga apareciendo en *Futurama* porque hace referencia a una parte especial del número *e*. Si localizamos la posición decimal número 1729 de *e*, descubriremos que marca el inicio de la primera vez consecutiva que aparecen los diez dígitos en ese número irracional tan famoso:

1729.º decimal

e = 2,71828… 58897<u>0719425863</u>987727547109…

Algunos podrían considerar que es una observación trivial, así que quizá el 1729 aparece en *Futurama* porque es un número *harshad*, una categoría de números inventados por el respetado matemático recreativo indio y profesor D. R. Kaprekar (1905-1986). *Harshad* significa «que da alegría» en el antiguo idioma de la India, el sánscrito, y el motivo de que esos números generen una sensación de felicidad se debe a que son múltiplos de la suma de sus dígitos. De modo que sumando los dígitos de 1729, conseguimos 1 + 7 + 2 + 9 = 19, y 19 realmente divide 1729 sin dejar resto.

Además, 1729 es un tipo de número *harshad* muy particular, porque es el producto de la suma de sus dígitos y el reverso: 19 × 91 = 1729. Esto lo convierte en un número notable, pero no único, porque existen otros tres números que comparten esas propiedades: 1, 81 y 1458. Como el equipo de guionistas no está obsesionado con el 1 ni con el 81 o el 1458, debe de haber otro motivo por el cual aparece en la serie repetidamente el número 1729 en sus guiones.

De hecho, los guionistas eligieron el 1729 como número de registro del *Nimbus*, el número de serie de Bender y la etiqueta para un universo paralelo porque se menciona en una de las conversaciones más famosas de toda la historia de las matemáticas. Esta tuvo lugar a finales de 1918 o principios de 1919 entre dos de los mejores matemáticos del siglo XX,

Godfrey Harold Hardy y Srinivasa Ramanujan. Resulta difícil imaginar a dos hombres de procedencias más dispares y que tuvieran más en común.

G. H. Hardy (1877-1947), cuyos padres eran profesores ambos, nació en un hogar de clase media en Surrey, Inglaterra. A los dos años ya sabía escribir números que llegaban a los millones, y un poco más tarde calculaba los divisores de los números de los himnos para divertirse durante los oficios religiosos. Consiguió una beca para el prestigioso Winchester College y asistió luego al Trinity College de Cambridge, donde se unió a una sociedad secreta de élite conocida como los Apóstoles de Cambridge. Cuando llegó a los treinta era uno de los pocos matemáticos británicos considerados de clase mundial. En realidad, a principios del siglo XX se tenía la sensación de que franceses y alemanes, entre otros, habían adelantado a los ingleses en términos de rigor y ambición matemática, pero la investigación de Hardy y su liderazgo revitalizaron la reputación de la nación. Todo ello podría haber sido suficiente para que ocupase una plaza en el panteón de los grandes matemáticos, pero hizo una contribución mayor aún reconociendo y alimentando el talento de un joven brillante llamado Srinivasa Ramanujan, a quien él consideraba el matemático mejor dotado de forma natural de toda la era moderna.

Ramanujan nació en 1887 en el estado meridional de la India de Tamil Nadu. A los dos años sobrevivió a un brote de viruela, pero sus tres hermanos menores fueron menos afortunados y murieron todos siendo aún muy pequeños. Sus padres, muy pobres, se volcaron en su único hijo, y le apuntaron en la escuela local. A medida que iban pasando los años sus profesores fueron notando que Ramanujan iba desarrollando una tremenda aptitud para las matemáticas, tanto que no eran capaces de seguirle el ritmo. Gran parte de su inspiración y educación vino como resultado de tropezar con un libro en la biblioteca: *A Synopsis of Elementary Results in Pure Mathematics* («Sinopsis de resultados elementales en matemáticas puras»), de G. S. Carr, que contenía miles de teoremas y su prueba. Él investigó esos teoremas y las técnicas usadas para probarlos, pero tuvo que realizar la mayor parte de sus cálculos con una pizarra y un trozo de tiza, usando sus codos encallecidos como borrador, porque no podía permitirse comprar papel.

El único inconveniente de su obsesión con las matemáticas era que le llevaba a descuidar el resto de su educación. Al llegar a los exámenes no le fue demasiado bien en las otras materias, y por tanto las universidades indias no quisieron ofrecerle la beca que necesitaba para permitirle continuar sus estudios. Así que encontró un trabajo como oficinista y complementaba sus magros ingresos dando clases de matemáticas a escolares. Ese dinero adicional que ganaba lo necesitaba desesperadamente cuando se casó, en 1909. Ramanujan tenía veintiún años, y su flamante esposa, Janakiammal, solo diez años.

Durante ese período Ramanujan empezó a desarrollar nuevas ideas matemáticas en su tiempo libre. Sentía que eran muy innovadoras e importantes, pero no tenía a nadie a quien pudiera dirigirse para pedir su consejo y su apoyo. Desesperado por explorar las matemáticas con mayor profundidad y que se reconociera su trabajo, Ramanujan empezó a escribir a diversos matemáticos de Inglaterra con la esperanza de que alguien quisiera hacerle de mentor, o al menos dar respuesta a sus recién descubiertos teoremas.

Al final un grupo de esas cartas llegó a M. J. M. Hill, en el University College de Londres. Este no quedó demasiado impresionado, y reprendió al joven indio por usar métodos anticuados y cometer errores triviales. Escribió con tono severo que el trabajo de Ramanujan debía estar «escrito con claridad, y libre de errores; y que no debía usar símbolos que no explicaba». Fue un informe implacable, pero al menos Hill respondió. Por el contrario, H. F. Baker y E. W. Hobson de la Universidad de Cambridge devolvieron los trabajos de Ramanujan sin comentario alguno.

Entonces, en 1913, Ramanujan escribió a G. H. Hardy: «No he recibido educación universitaria, pero me he sometido a los habituales cursos escolares. Después de dejar la escuela, he empleado todo el tiempo libre que tenía a mi disposición trabajando en las matemáticas. No he ido superando los cursos convencionales y regulares que se siguen en una universidad, sino que me estoy haciendo un nuevo camino yo solo».

Cuando llegó una segunda carta, Hardy vio que Ramanujan le había enviado un total de 120 teoremas para que los considerase. El joven sabio indio diría más tarde que muchos de esos teoremas se los susurraba en

sueños Namagiri, un avatar de la diosa hindú Lakshmi: «Mientras dormía, tuve una experiencia inusual. Había una pantalla roja formada por sangre que fluía. Yo la observaba. De repente, una mano empezaba a escribir en aquella pantalla. Atraía toda mi atención. La mano escribió un cierto número de integrales elípticas. Se me quedaron grabadas en la mente. En cuanto me desperté, me puse a escribirlas».

Tras recibir los trabajos de Ramanujan, la reacción de Hardy oscilaba entre «fraude» y tan brillante que «apenas se podía creer». Al final concluyó que los teoremas «debían de ser ciertos, porque si no lo hubieran sido, nadie habría tenido la imaginación suficiente para inventarlos». Hardy aseguraba que Ramanujan era «un matemático de la mayor calidad, un hombre de una originalidad y potencia excepcionales», y empezó a hacer gestiones para que el joven indio, que entonces tenía solo veintiséis años, visitara Cambridge. Hardy se enorgullecía mucho de ser el hombre que había conseguido rescatar a aquel talento en bruto, y más tarde llamaría a aquel hecho «el único incidente romántico de toda mi vida».

Los dos matemáticos se conocieron finalmente en abril de 1914, y su colaboración subsiguiente dio lugar a descubrimientos en varias áreas de las matemáticas. Por ejemplo, hicieron grandes contribuciones para comprender una operación matemática conocida como «partición». Como el nombre indica, la partición implica dividir un cierto número de objetos en grupos separados. La cuestión clave es: dado un número de objetos determinados, ¿de cuántas formas distintas se pueden hacer particiones? Las cajas de aquí abajo muestran que hay solo una forma de hacer particiones de un objeto, pero hay cinco formas de hacer particiones con cuatro objetos:

Objetos	Particiones
1	1
2	2
3	3
4	5

Es fácil averiguar el número de particiones para una cantidad pequeña de objetos, pero se vuelve más difícil a medida que aumentan los objetos. Y esto se debe a que el número de particiones posibles se hincha de una forma rápida y errática. Con 10 objetos se puede hacer particiones solo de 42 maneras, pero con 100 objetos puede ser de 190 569 292 maneras. Y con 1000 objetos se pueden hacer particiones en la asombrosa cantidad de 24 461 167 764 432 222 273 392 249 927 791 maneras.

Uno de los importantes avances de Hardy y Ramanujan fue inventar una fórmula que se pudiera usar para predecir el número de particiones para números muy grandes. La fórmula requiere mucho trabajo de computación, así que también inventaron otra fórmula más sencilla para dar una buena estimación del número de particiones para un número dado de objetos. Ramanujan también hizo una observación interesante que sigue dando que pensar hoy en día: si el número de objetos acaba en 4 o 9, el número de particiones siempre es divisible por 5. Para ilustrar esta afirmación de Ramanujan, 4, 9, 14, 19, 24 y 29 objetos generan 5, 30, 135, 490, 1575 y 4565 particiones, respectivamente.

Los logros de Ramanujan fueron numerosos, complejos y brillantes, y su genio se reconoció en 1918 cuando fue elegido miembro más joven que jamás ingresó en la Royal Society. Desgraciadamente, mientras su traslado a Cambridge permitió que su mente se embarcase en increíbles aventuras, los duros inviernos ingleses y el cambio de dieta perjudicaron la salud de Ramanujan. A finales de 1918 dejó Cambridge y fue admitido en una casa

de reposo privada, Colinette House, en Putney, Londres. En ese entorno fue donde tuvo lugar la conversación que liga a Ramanujan con *Futurama*.

Según Hardy: «Recuerdo haber ido a verle una vez cuando estaba enfermo, en Putney. Fui en un taxi que llevaba el número 1729, y le dije que el número me parecía bastante soso, y que esperaba que no fuera un mal presagio. “No”, respondió él, “es un número muy interesante; es el número más bajo expresable como suma de dos cubos de dos maneras diferentes”».

Estaba claro que los dos hombres no se sentían cómodos hablando de cosas sin importancia. Como de costumbre, su conversación giró en torno a los números, y se podría resumir y expresar como sigue:

$$\begin{aligned} 1729 &= 1^3 + 12^3 \\ &= 9^3 + 10^3 \end{aligned}$$

En otras palabras, si tuviéramos 1729 cubitos, podríamos colocarlos como dos cubos con dimensiones 1 × 1 × 1 y 12 × 12 × 12, o podríamos colocarlos como dos cubos con dimensiones 9 × 9 × 9 y 10 × 10 × 10. Es raro que los números se puedan dividir en dos cubos, e incluso más raro aún que se puedan dividir en dos cubos de dos maneras distintas… y 1729 es el número más pequeño que exhibe esta propiedad. En honor al comentario de Ramanujan sobre el taxi de Hardy, 1729 es conocido en círculos matemáticos como «el número del taxi».

Espoleados por el comentario casual de Ramanujan, los matemáticos se han hecho otra pregunta: ¿cuál es el número más pequeño que es la suma de dos cubos de «tres» maneras distintas? La respuesta es 87 539 319 porque

$$\begin{aligned} 87\,539\,319 &= 167^3 + 436^3 \\ &= 228^3 + 423^3 \\ &= 255^3 + 414^3 \end{aligned}$$

Este número, que también se llama «de taxi», aparece en un episodio especial extendido de *Futurama* llamado «El gran golpe de Bender» (2007). Cuando Fry para un taxi, el número que lleva este en el techo es 87 539 319. Por supuesto, es muy apropiado que el número de taxi (en el

sentido normal del término) sea un número de taxi (en el sentido matemático).

De modo que haciendo referencia repetidamente al 1729, e incluyendo el 87 539 319, los guionistas de *Futurama* estaban haciendo un tributo a Ramanujan, cuya historia es prácticamente desconocida fuera del mundo de las matemáticas. Es una historia conmovedora de un genio natural extraído del olvido por un académico de Cambridge, aunque su fin es trágico. Sufriendo de diversas afecciones, entre ellas deficiencia de vitaminas y tuberculosis, Ramanujan volvió a la India en 1919 con la esperanza de que un clima más cálido y una dieta vegetariana más familiar para él pudieran restablecer su salud. Tras apenas un año en la India murió el 26 de abril de 1920, a los treinta y dos años.

Sin embargo, las ideas de Ramanujan siguen en el corazón de las matemáticas modernas, y siempre será así. Y esto se debe a que el lenguaje de las matemáticas es universal, y también a que las pruebas matemáticas son absolutas. A diferencia de las ideas en las artes y las humanidades, los teoremas matemáticos no se ponen o se pasan de moda. Como señalaba el propio Hardy: «Se recordará a Arquímedes cuando Esquilo quede olvidado, porque las lenguas mueren, y las ideas matemáticas no. "Inmortalidad" quizá sea una palabra tonta, pero un matemático tiene las mayores probabilidades de alcanzarla, signifique lo que signifique».



Estas referencias de *Futurama* a números de taxi se pueden adjudicar todas a un solo guionista, Ken Keeler, que es uno de los guionistas con más habilidad matemática de *Los Simpson* o *Futurama*. Según Keeler, su fascinación por las matemáticas la inspiró en gran medida su padre, Martin Keeler, médico cuya afición favorita era jugar con números. Cuando la familia iba a comer a un restaurante y recibían la cuenta al final, él buscaba en ella números primos, y se esperaba que sus hijos también lo hicieran. En una ocasión en particular, Ken recuerda haberle preguntado a su padre si había una forma rápida de sumar números al cuadrado. Por ejemplo, ¿cuál es la suma de los primeros cinco números al cuadrado, o de los primeros

diez números al cuadrado, o los primeros *n* números al cuadrado? El doctor Keeler pensó un rato y luego respondió correctamente con esta fórmula: $n^3/3 + n^2/2 + n/6$. La fórmula de Keeler se puede comprobar con un ejemplo como por ejemplo $n = 5$:

Suma de los cinco primeros números al cuadrado: 1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 55

$$\text{Fórmula del doctor Keeler: } \frac{5^3}{3}+\frac{5^2}{2}+\frac{5}{6}=55$$

Esto no supone ningún problema importante para un matemático, pero el doctor Keeler no era matemático. Además, resolvió el problema de una manera radical y altamente intuitiva. En el apéndice 3 aparece una breve explicación de Ken Keeler, moderadamente técnica, con sus propias palabras.

Esa forma de tomarse a juego las matemáticas del padre de Ken Keeler influyó en su decisión de estudiar matemáticas aplicadas en la universidad, y luego seguir un doctorado sobre ese tema. Sin embargo, después de acabar su doctorado, estaba indeciso entre seguir una carrera en la investigación y probar a escribir guiones de comedia, su otra gran pasión. Aunque consiguió un trabajo como investigador en el Laboratorio de AT&T Bell en Nueva Jersey, ya había enviado también su currículo a los productores de *Late Night with David Letterman*. Eso supuso un punto de inflexión. Le invitaron a unirse al equipo de guionistas, dejó su trabajo de investigación y nunca volvió. Luego Keeler pasó un tiempo escribiendo guiones para las series *Las alas de Nantucket* y *El crítico*, y acabó formando parte del equipo de *Futurama*, trabajando junto con media docena de guionistas más, también con intereses matemáticos. En ningún otro lugar de Hollywood se había apreciado tanto el amor de Keeler por el número 1729.

Otra contribución matemática de Keeler a *Futurama* es el Loew $\aleph_0$-Plex, que apareció por primera vez en «Bender salvaje» (2000). Loew se ganó una reputación en el el siglo XX por tener algunos de los multicines más grandes del mundo, pero el prefijo $\aleph_0$ implica una escala mucho mayor de sus operaciones en el siglo XXXI. $\aleph_0$ (pronunciado «álef sub cero») es un símbolo matemático que representa el infinito, de modo que el nombre del

multicine indica que tiene un número infinito de pantallas. Según Keeler, cuando el Loew $\aleph_0$-Plex hizo su estreno en *Futurama*, el borrador del guión incluía un comentario de que aquel multicine, aunque tenía un número infinito de pantallas, «no era lo bastante grande para emitir a la vez *Rocky* y todas sus secuelas».

Aunque el símbolo $\aleph_0$ no será familiar a muchos lectores, existe otro símbolo para el infinito, ∞, que sí nos encontramos en el instituto. De ahí que ustedes puedan preguntarse cuál es la diferencia entre ∞ y $\aleph_0$. En pocas palabras, ∞ es un símbolo general para el concepto de infinito, mientras que $\aleph_0$ ¡se aplica solo a un tipo de infinito en particular!

El concepto de «un tipo de infinito en particular» podría sonar imposible, sobre todo dado que la anterior historia del hotel de Hilbert tenía dos conclusiones claras:

(1) infinito + 1 = infinito
(2) infinito + infinito = infinito

Sería fácil extraer la conclusión de que no hay nada más grande que el infinito, y que todos los infinitos tienen el mismo tamaño, por decirlo así. Sin embargo, en realidad existen distintos tamaños de infinito, y eso se puede demostrar usando un argumento muy sencillo.

Empecemos por centrarnos en el conjunto de números decimales que se sitúan entre el 0 y el 1. Se incluyen decimales sencillos, como el 0,5, y también números que tienen muchos más decimales, como el 0,736829474638… Está claro que hay un número infinito de decimales de este tipo, porque por cada decimal dado (p. ej., 0,9), hay uno mayor (0,99), y luego otro mayor aún (0,999) y así sucesivamente. Ahora, podemos considerar cómo se compara la cantidad infinita de decimales entre 0 y 1 con la infinita cantidad de números naturales: 1, 2, 3… ¿Es un tipo de infinito mayor que otro, o bien son del mismo tamaño?

Para averiguar si alguno de los infinitos es de mayor tamaño, imaginemos lo que podría ocurrir si intentásemos combinar todos los números naturales con todos los posibles decimales entre 0 y 1. El primer paso sería, de alguna manera, hacer una lista de todos los números naturales, y una lista separada de todos los números decimales entre 0 y 1.

Para este propósito en particular, la lista de los números naturales debería estar en orden numérico, mientras que la lista de los números decimales podría estar en cualquier orden. Las listas se escribirían entonces la una junto a la otra, intentando comparar los números uno a uno:

Números naturales	Números decimales
1	0,70052…
2	0,15432…
3	0,51348…
4	0,82845…
5	0,15221…

Hipotéticamente, si podemos combinar los números naturales con los números decimales de esta manera, habrá el mismo número de cada uno de ellos, y los dos infinitos, por tanto, serán iguales. Sin embargo, resulta imposible establecer una correspondencia de uno a uno.

Esto queda claro en la fase final de nuestra investigación sobre el infinito, que implica crear un número tomando el primer dígito del primer número decimal (7), el segundo dígito del segundo número decimal (5), y así sucesivamente. Así se genera la secuencia 7-5-3-4-1… Luego, añadiendo a cada dígito ($0 \rightarrow 1$, $1 \rightarrow 2$…, $9 \rightarrow 0$), generamos una nueva secuencia, 8-6-4-5-2… Finalmente, esa secuencia se puede usar para construir un número decimal, 0,86452…

Ese número, 0,86452… es interesante porque no puede existir en la lista supuestamente completa de números decimales entre 0 y 1. Esta afirmación parece muy atrevida, pero se puede comprobar. El número nuevo no puede ser el primer número de la lista, porque sabemos que el primer dígito no cuadra. De manera similar, no puede ser el segundo número, porque sabemos que el segundo dígito no cuadra tampoco, y así sucesivamente. En general, no puede ser el número n, porque el dígito n no cuadrará.

Se pueden ir repitiendo pequeñas variantes de este argumento para demostrar que hay muchos otros números que faltan en la lista de decimales. En otras palabras: cuando intentamos combinar los dos infinitos, la lista de decimales entre 0 y 1 está condenada a ser incompleta, presumiblemente porque la cantidad infinita de números decimales es mayor que la cantidad infinita de números naturales.

Este argumento es una versión simplificada del «argumento de la diagonal de Cantor», una prueba irrebatible que publicó en 1892 Georg Cantor. Habiendo confirmado que algunos infinitos son más grandes que otros, Cantor confiaba en que el infinito que describe los números naturales fuera el infinito más pequeño, de modo que lo etiquetó con $\aleph_0$, ya que $\aleph$ (álef) es la primera letra del alfabeto hebreo. Sospechaba que el conjunto de decimales entre 0 y 1 ilustraba el tipo de infinito siguiente, más grande, al que etiquetó como $\aleph_1$ (álef sub uno). Los infinitos de mayor tamaño, porque también existen, claro está, se llamarían lógicamente $\aleph_2$, $\aleph_3$, $\aleph_4$…

De modo que aunque el multicine Loew $\aleph_0$-Plex de *Futurama* tiene un número infinito de pantallas, sabemos que es del tipo más pequeño de infinito. Si hubiera sido un multicine $\aleph_1$-Plex, habría tenido más pantallas.

Futurama no hace ninguna otra referencia a la categorización de infinitos de Cantor. Los matemáticos describen $\aleph_0$ como infinito numerable, porque describe la escala de infinito asociado con los números naturales, mientras que los infinitos mayores se llaman «infinitos no numerables». Como observó David X. Cohen, este último término recibe una mención casual en el episodio titulado «Moebius Dick» (2011): «Entramos brevemente en ese extraño universo cuatridimensional y allí encontramos muchas muchas copias de Bender flotando por ahí, bailando la conga, y luego él vuelve a la realidad y dice: "Ese fue el puñado infinito no numerable de tipos más grande que me encontré jamás"».

CAPÍTULO 16

UNA HISTORIA UNIDIMENSIONAL



En «Moebius Dick», la nave de Planet Express viaja por la galaxia y entra inadvertidamente en el Tetraedro de las Bermudas, un cementerio de naves espaciales que contiene docenas de famosas naves perdidas. La tripulación del Planet Express decide investigar la región, y se ven atacados allí por una aterradora ballena cuatridimensional, que Leela apoda «Moebius Dick».

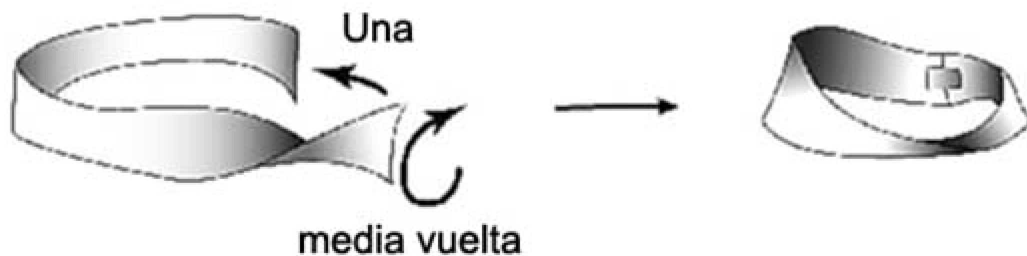
El nombre de la ballena espacial es tanto una broma con la novela de Herman Melville *Moby Dick* como una referencia a un extraño objeto matemático llamado «cinta de Moebius» o «banda de Moebius». La cinta de Moebius fue descubierta independientemente por el matemático alemán del siglo XIX August Moebius y por Johann Listing. Usando su sencilla receta, podemos construirnos una nosotros mismos. Necesitamos:

a) una tira de papel
b) cinta adhesiva

Primero, tome la tira y retuerza un extremo dándole media vuelta y únalo al otro extremo, tal y como se indica en la página siguiente. Eso es todo. La tira de Moebius es simplemente un aro con media vuelta.

Hasta ahora la cinta de Moebius no parece nada especial, pero un sencillo experimento revela su notable propiedad. Coja un rotulador y dibuje una línea en medio de la cinta, sin apartar la punta del papel, sin atravesar los extremos, y continúe hasta que vuelva a donde empezó. Notará dos cosas: tiene que dar dos vueltas al circuito para volver al lugar donde

empezó, y habrá dibujado en todas las partes de la cinta. Esto resulta muy sorprendente, porque suponemos que un trozo de papel tiene dos lados, y solo se puede dibujar en ambos a la vez si se permite que la punta del rotulador se levante del papel, o pasando a través de un borde. ¿Qué ha ocurrido pues en el caso de la cinta de Moebius?



Las hojas de papel tiene dos lados (uno superior y otro inferior), y los aros de papel también suelen tener dos lados (uno interior y otro exterior), pero la cinta de Moebius posee la propiedad inusual de tener solo un lado. Los dos lados de la tira inicial de papel quedaron transformados en uno solo cuando se introdujo la media vuelta, antes de unir ambos finales. Esta inusual propiedad de la cinta de Moebius ha proporcionado la base para mi tercer chiste favorito de matemáticas de todos los tiempos:

P: ¿Por qué cruzó el pollo la cinta de Moebius?
R: Para llegar al otro… ¡eh…!

Aunque no se ve en realidad ninguna cinta de Moebius en el episodio «Moebius Dick», la buena noticia es que hay planes de introducir uno de esos extraños fragmentos de payasadas matemáticas en el guión de un episodio próximo de *Futurama*. Cuando visité a David X. Cohen en las oficinas de *Futurama* en otoño de 2012, me habló de un episodio de la próxima temporada titulado «2D Blacktop[25]» en el cual aparecerá el profesor Farnsworth. Cohen explicó que en el guión el anciano propietario de Planet Express se convierte en un fan de la velocidad que truca su nave espacial para poder correr en una pista de carreras de Moebius. Lo interesante de semejante pista de carreras (tal y como demostraba el

experimento del rotulador) es que Farnsworth tendrá que completar dos vueltas para poder volver donde empezó.

Cohen me reveló algunos detalles del guión: «Leela se enfada con el profesor y acaban corriendo en la pista de carreras de Moebius. Leela va en cabeza, pero el profesor tiene un gran truco llamado deriva dimensional. Gira la rueda mientras tira del freno de emergencia, lo que hace que derive hacia una dimensión más alta que aquella en la que está. De modo que se sale de la tercera dimensión, pasa brevemente por la cuarta y luego reaparece en la tercera, mucho más adelante en la pista».

Desgraciadamente, ir pasando de dimensión a dimensión también deja al profesor Farnsworth viajando en dirección contraria a Leela. Sus vehículos chocan de frente, y por tanto los aplastan a los dos y los envían a la segunda dimensión. La siguiente escena tiene lugar en un paisaje dimensionalmente difícil.

En muchos aspectos, «2D Blacktop» es lo opuesto de «Homer[3]». Ese episodio de *Los Simpson* exploraba las consecuencias de verte elevado a una dimensión superior, basándose en un episodio de *Dimensión desconocida* como inspiración. Por el contrario, «2D Blacktop» explora lo que significa verse reducido a una dimensión inferior, y también está inspirado en una pieza clásica de ciencia ficción.

«2D Blacktop» es un homenaje a la novela corta victoriana de ciencia ficción titulada *Planilandia*, de Edwin A. Abbott. Subtitulada «Un romance de muchas dimensiones», la historia comienza en un mundo bidimensional conocido como Planilandia. Este universo está compuesto por una sola superficie poblada por diversas formas, como segmentos de línea (mujeres), triángulos (hombres de clase trabajadora) y cuadrados (hombres de clase media). Esencialmente, cuanto mayor es el numero de lados, mayor el estatus, de modo que las mujeres tienen el estatus más bajo, los polígonos se encuentran en los escalones más elevados de la sociedad, y los círculos son los sumos sacerdotes. Como teólogo que había estudiado matemáticas en la Universidad de Cambridge, Abbott quería que sus lectores apreciasen *Planilandia* como sátira social y como aventura de geometría.

El personaje principal y narrador es un Cuadrado, que tiene un sueño en el cual visita Linealandia, un universo unidimensional, donde una población

de puntos se limitan a viajar a lo largo de una sola línea. El Cuadrado habla con los puntos e intenta explicarles el concepto de segunda dimensión y la resultante variedad de formas que ocupan Planilandia, pero los puntos están confusos. No pueden apreciar siquiera la verdadera naturaleza del Cuadrado, porque su forma es inconcebible, desde el punto de vista unidimensional. Ven al Cuadrado como una línea, porque esa es la sección que adopta un cuadrado al pasar a Linealandia.

Al despertarse y darse cuenta de que está en Planilandia, las aventuras del Cuadrado continúan cuando le visita una Esfera, un objeto de la exótica tercera dimensión. Por supuesto, en esta ocasión es el Cuadrado el que está desconcertado, porque solo puede percibir a la Esfera como Círculo, que es la sección que adopta la esfera al pasar a Planilandia. Sin embargo, todo empieza a tener sentido cuando la Esfera arrastra al Cuadrado a Espaciolandia. Cuando el Cuadrado mira a sus compañeros de Planilandia desde la tercera dimensión, puede especular incluso sobre las posibilidades de una cuarta o quinta o incluso más dimensiones.

Cuando vuelve a Planilandia, el Cuadrado trata de predicar el evangelio de la tercera dimensión, pero nadie quiere escucharle. Peor aún: las autoridades toman medidas drásticas contra tal blasfemia. De hecho, los líderes de Planilandia ya conocen la existencia de la Esfera, de modo que arrestan al Cuadrado para mantener en secreto la tercera dimensión. La historia termina trágicamente con el Cuadrado encerrado en prisión por decir la verdad.

Así que ¿cómo rinde tributo el futuro episodio de *Futurama* a *Planilandia*? Cuando el profesor Farnsworth y Leela chocan en «2-D Blacktop», el impacto de frente los transforma en versiones planas de sí mismos, deslizándose en un paisaje plano, poblado por animales planos, plantas planas y nubes planas.

La animación se adhiere estrictamente a las leyes del mundo bidimensional, y eso significa que ningún objeto puede pasar por encima de otro objeto, solo a su alrededor. Sin embargo, mientras veíamos una secuencia bidimensional en bruto de «2-D Blacktop» el editor Paul Calder y yo, él se dio cuenta de que los bordes borrosos de una nube se superponían ligeramente con los bordes borrosos de otra nube. Las superposiciones están

prohibidas en un mundo bidimensional, de modo que tendrán que arreglarlo antes de que salga el episodio en antena.

Mientras intentan comprender las implicaciones de su nuevo mundo, Leela y el profesor gradualmente se dan cuenta de que sus aparatos digestivos desaparecieron cuando quedaron aplastados de las tres a las dos dimensiones. Es una parte necesaria del proceso de transformación, porque un aparato digestivo en dos dimensiones es un verdadero desastre. Para apreciar el problema, imaginen al profesor como una figura recortada mirando hacia la derecha. Luego dibujen una línea desde su boca hasta su ano, representando el aparato gastrointestinal. Finalmente, corten por esa línea y separen ligeramente las dos partes del cuerpo del profesor; el canal es un túnel en tres dimensiones, pero en dos dimensiones no es más que un hueco. Ahora ya comprenden el problema. Con un sistema digestivo entero, el cuerpo del profesor se partiría por la mitad, en dos dimensiones. Lo mismo ocurriría con Leela, obviamente.

Sin embargo, sin aparatos digestivos, el profesor y Leela no pueden comer. Las demás criaturas de su mundo bidimensional sobreviven absorbiendo nutrientes de alguna manera, sin comer ni excretar comida, pero el profesor y Leela todavía no han aprendido a hacer tal cosa.

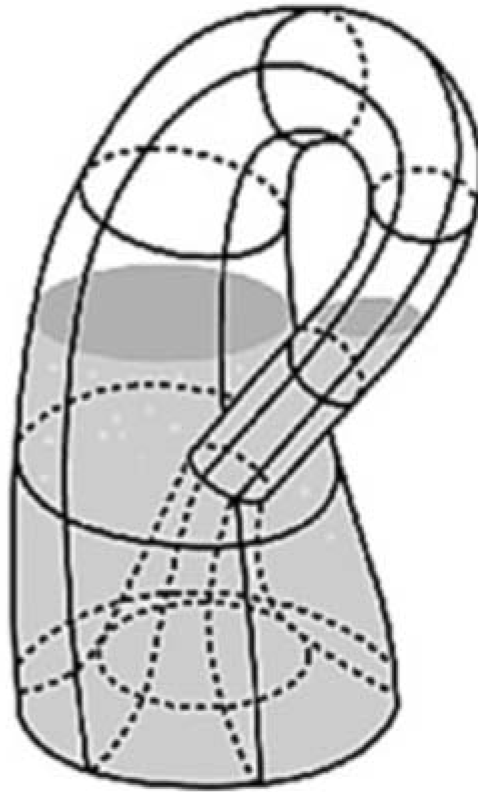
En resumen: para el profesor y Leela, el aparato digestivo es un caso de «no puedo vivir sin él, pero tampoco con él». De ahí que tengan que escapar de su mundo bidimensional antes de morirse de hambre, y afortunadamente, los guionistas vienen a rescatarlos. Cohen explicaba: «El profesor y Leela se dan cuenta de lo siguiente. Pueden usar el salto dimensional para salir de la segunda dimensión y dirigirse a la tercera dimensión. Tenemos una secuencia fantástica, porque salen volando a través de un enorme paisaje fractal que representa la zona entre las dos y las tres dimensiones. En esta escena habrá unos gráficos informáticos muy bonitos».

El paisaje *fractal* es particularmente apropiado, porque los fractales exhiben realmente una «dimensionalidad fractal». El paisaje fractal aparece en el viaje entre los mundos bidimensional y tridimensional, que es exactamente donde uno esperaría encontrar una dimensión fraccional.

Si quieren saber algo más de los fractales, por favor, acudan al apéndice 4, donde se encuentra una breve explicación del tema, centrándose particularmente en cómo un objeto puede ser fraccionalmente dimensional.



La cinta de Moebius en «2D Blacktop» se hace eco de un concepto matemático que aparece en «La ruta de todo mal» (2002). Este episodio tiene una subtrama en la que Bender se dedica a hacer cerveza en casa. Se le ocurre cuando él y sus colegas de Planet Express visitan una tienda de 24 horas para comprar algo de alcohol. La tienda tiene el licor que suele beber Bender, licor de malta Olde Fortran, llamado así en honor de FORTRAN (FORmula TRANslation), un lenguaje de programación desarrollado en los años cincuenta. Los estantes también están llenos de cerveza St. Pauli Exclusion Principle Girl, que combina el nombre de una cerveza existente (St. Pauli Girl) con uno de los fundadores de la física cuántica (el principio de exclusión de Pauli). Lo más interesante de todo esto es una tercera bebida llamada Klein's, que viene en un frasco muy extraño. Los aficionados a la geometría estrambótica reconocerán esa forma como la «botella Klein», que está relacionada estrechamente con la cinta de Moebius.



La botella se llama Klein en honor de Felix Klein, uno de los mejores matemáticos alemanes del siglo XIX. Su destino quizá estaba ya escrito cuando nació, porque cada elemento de su fecha de nacimiento, 25 de abril de 1849, es el cuadrado de un número primo:

25 de	abril	de 1849
25	4	1849
5^2	2^2	43^2

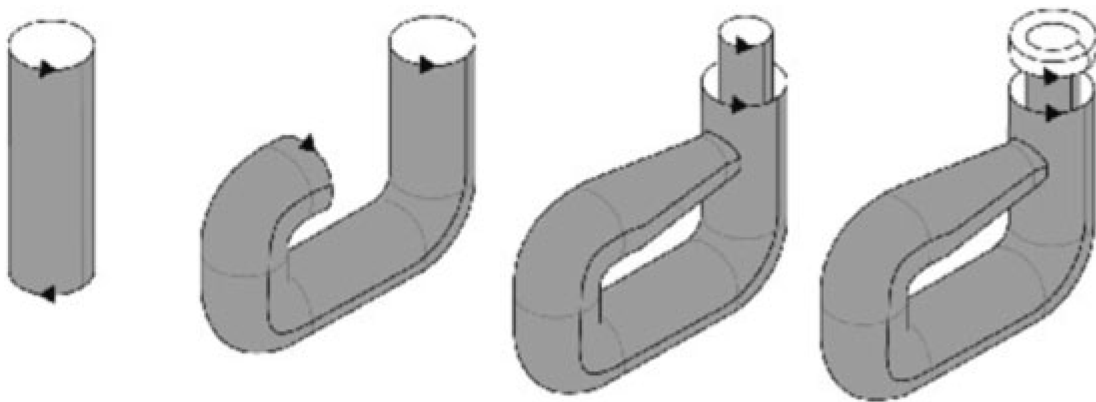
La investigación de Klein abarcó varias áreas, pero la más famosa es la llamada botella de Klein. Igual que con la cinta de Moebius, sería más fácil comprender la forma y estructura de una botella de Klein si construyera usted una. Necesitará:

a) una lámina de goma
b) cinta adhesiva
c) una cuarta dimensión

Si, como yo, no tiene acceso a una cuarta dimensión, puede imaginar que construye una pseudobotella de Klein teórica en tres dimensiones.

Primero, imagine que enrolla la goma formando un cilindro, y que sujeta el borde a lo largo con cinta adhesiva, tal y como se ve en el primer diagrama de la página siguiente. Luego marque los dos extremos del cilindro con flechas que señalen en direcciones opuestas. A continuación, y este es el paso más difícil, debe introducir un giro en el cilindro, para poder conectar los dos extremos con ambas flechas señalando en la misma dirección.

Aquí es donde nos sería muy útil una cuarta dimensión, pero por el contrario, tendrá usted que arreglarse con un pequeño rodeo. Tal y como se muestra en los dos diagramas de en medio, doble el cilindro sobre sí mismo, y entonces imagine que introduce un extremo del cilindro a través de la pared del mismo cilindro, hacia el interior. Finalmente, después del paso de autointersección, enrolle el final que penetra en el cilindro hacia abajo, como en el cuarto diagrama, para poder conectar los dos extremos del cilindro. Lo más importante es que cuando se haga esa conexión, las flechas de cada extremo del cilindro señalen en la misma dirección.



Tanto esta botella Klein como la botella de cerveza Klein de *Futurama* forman intersección consigo mismas, porque ambas existen en tres dimensiones. Por el contrario, una botella Klein en cuatro dimensiones evitaría la necesidad de una autointersección. Para poder explicar cómo ayuda una dimensión más a evitar la autointersección, consideremos una situación similar implicando menos dimensiones.

Imagine una figura de ocho hecha con un lápiz sobre un papel. Inevitablemente, la línea de tinta se corta consigo misma en el centro del ocho, de la misma forma que el cilindro hace intersección consigo mismo en el centro de la botella de Klein. La intersección de tinta ocurre porque la línea queda atrapada dentro de una superficie bidimensional. El problema no surge, sin embargo, si se añade una tercera dimensión y la figura del ocho se crea con un trozo de cuerda. En esa tercera dimensión, una parte de la cuerda puede levantarse aunque cruce con otra parte, de modo que no hay necesidad de que forme intersección consigo misma. De forma similar, si la hoja de goma con el cilindro pudiera levantarse hacia la cuarta dimensión, sería posible crear una botella de Klein sin que formase intersección consigo misma.

Otra forma de pensar por qué la botella de Klein crea una intersección consigo misma en tres dimensiones, pero no en cuatro, es considerar cómo veríamos un molino de viento en tres dimensiones, comparado con las dos dimensiones. En tres dimensiones podemos ver que las aspas pasan delante de la torre vertical. Sin embargo, la situación es distinta si miramos la sombra del molino proyectada en la hierba. En esa representación bidimensional, las aspas parecen girar atravesando la torre una y otra vez. Las aspas interseccionan la torre en la proyección bidimensional, pero no en el mundo tridimensional.

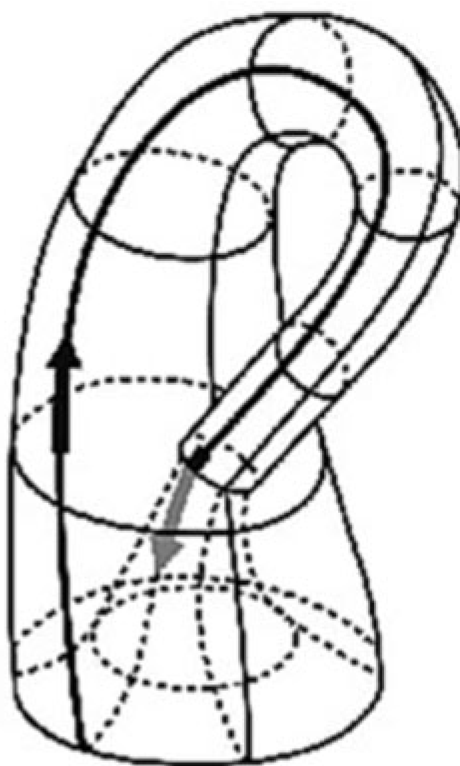
La arquitectura de una botella de Klein, obviamente, es distinta a la de una botella normal, y eso conduce a su vez a una propiedad notable. Nos damos cuenta si nos imaginamos que viajamos por la superficie de la botella Klein, en la página de al lado. En particular, imaginemos que seguimos el camino de la flecha negra, que está situada en la superficie externa de la botella Klein.

La flecha se mueve hacia arriba, y luego da la vuelta en torno al exterior del cuello y se introduce en el punto de intersección, donde la cabeza de la flecha se vuelve gris. Esto indica que la flecha ahora entra en el interior de la botella. A medida que la flecha se mueve hacia adelante, pasa en seguida por su posición inicial, pero ahora está en el interior de la botella. Si la flecha continúa su viaje hacia arriba, hacia el cuello, y luego baja de nuevo hacia la base, entonces se dirige hacia la superficie exterior y finalmente

vuelve a su posición original. Como la flecha puede viajar sin interrupciones entre la superficie interior y exterior de la botella Klein, eso indica que las dos superficies en realidad forman parte de la misma superficie.

Por supuesto, sin un interior y un exterior bien definidos, la botella Klein no consigue cumplir uno de los criterios principales requeridos para que funcione a la perfección. Después de todo, ¿cómo meter la cerveza en una botella Klein, cuando «fuera» es lo mismo que «dentro»?

De hecho, Klein nunca llamó «botella» a esa creación suya. Originalmente se llamó «Kleinsche Fläche», que significa «superficie Klein», muy apropiado, ya que consiste en una sola superficie. Sin embargo, algunos matemáticos de habla inglesa probablemente lo oyeron mal y lo transcribieron como «Kleinsche Flasche», que significa «botella de Klein», y se quedó con ese nombre.



Finalmente, volviendo a un punto que hemos tocado antes, la botella Klein y la cinta de Moebius están estrechamente relacionadas la una con la otra. La conexión más obvia es que ambas, tanto la cinta como la botella,

comparten la curiosa propiedad de tener una sola superficie. Una conexión menos obvia es que una botella Klein partida por la mitad crea un par de cintas de Moebius.

Desgraciadamente no se puede hacer ese truco en una fiesta, porque solo es posible rebanar una botella Klein si se tiene acceso a una cuarta dimensión. Sin embargo, sí que se puede cortar por la mitad una cinta de Moebius. En realidad, les animo a que corten una cinta de Moebius a lo largo, y verán lo que pasa.

Finalmente, si se aficionan a cortar cintas por la mitad, aquí tienen una sugerencia más para su nueva afición de cirugía geométrica. Primero, cree una cinta con un giro de 360° (a diferencia del medio giro de la cinta de Moebius). ¿Qué ocurre si cortamos esa cinta a lo largo? Hace falta una mente retorcida para predecir el resultado de esa retorcida disección.

CAPÍTULO 17

EL TEOREMA DE FUTURAMA



Debido a sus travesuras a veces de delincuente geriátrico, es fácil olvidar que el profesor Hubert J. Farnsworth de *Futurama* es un genio matemático. De hecho, en el largometraje «La bestia con un millón de espaldas» (2008), nos enteramos de que Farnsworth ha sido premiado con la medalla Fields, el galardón más importante en matemáticas. A veces la llaman premio Nobel de Matemáticas, pero se puede asegurar que la medalla Fields es incluso más prestigiosa que el premio Nobel, porque estas medallas solo se conceden cada cuatro años.

El profesor habla habitualmente de sus ideas matemáticas en un curso llamado «Las matemáticas de los campos de neutrinos cuánticos», que tienen lugar en la Universidad de Marte, donde es profesor titular. Una titularidad es esencialmente un trabajo vitalicio, y eso significa que el profesor tiene que evitar la eventualidad del estancamiento mental inducido por tal situación. Es un fenómeno muy conocido en los círculos académicos, y el problema lo subraya el filósofo americano Daniel C. Dennett en su libro *La conciencia explicada*: «La ascidia o chorro marino joven vaga por el mar buscando una roca adecuada o un coral al que agarrarse y convertirlo en su hogar de por vida. Para esta tarea cuenta con un sistema nervioso rudimentario. Cuando encuentra su sitio y enraíza, ya no necesita el cerebro, ¡así que se lo come! (es más o menos como llegar a ser profesor titular)».

En lugar de estancarse, Farnsworth ha usado su posición de titular para ir picoteando en otras áreas de investigación. Así que, además de ser

matemático, también es inventor. En realidad no es ninguna coincidencia que Groening y Cohen pusieran ese nombre al profesor por Philo T. Farnsworth (1906-1971), un prolífico inventor americano que registró más de cien patentes en Estados Unidos, que iban desde tecnología de televisión hasta un miniingenio de fusión nuclear.

Uno de los inventos más estrafalarios del profesor es el guayómetro, que mide con toda precisión lo guay que es una persona, y la medición se da en unidades de megafonzis. Un fonzi es la cantidad de guay asociada con Arthur Fonzarelli, el personaje principal de la telecomedia *Días felices* de los años setenta. Eligiendo una nomenclatura basada en una figura icónica, Farnsworth se estaba haciendo eco de la milihelena, que es una unidad de belleza irónica basada en la famosa referencia a Helena de Troya en la obra *Doctor Faustus* de Christopher Marlowe: «¿Y este fue el rostro que echó a la mar mil barcos / y quemó las más altas torres de Ilión?». Por tanto, la milihelena se define técnicamente como «unidad de medida de hermosura, correspondiente a la cantidad de belleza requerida para echar a la mar un barco».

Desde un punto de vista matemático, el invento más interesante del profesor es el intercambiador de mentes, que aparece en «El prisionero de Benda» (2010). Como sugiere el nombre, la máquina coge a dos seres sensibles y les cambia la mente, permitiéndoles habitar cada uno en el cuerpo del otro. Las matemáticas no están en el cambio de mente en sí, sino que más bien se requieren para ayudar a desenredar el lío causado por semejantes malabarismos mentales. Antes de discutir la naturaleza de esta aritmética mental, exploremos el episodio con mayor detalle para comprender exactamente cómo funciona la máquina que cambia mentes.

«El prisionero de Benda» empieza con un título de obertura que dice: «Lo que ocurre en Cygnus X-1 se queda en Cygnus X-1», parafraseando la conocida máxima de «Lo que ocurre en Las Vegas se queda en Las Vegas». En el caso de Cygnus X-1, esto es cierto literalmente, porque es el nombre de un agujero negro en la constelación Cygnus, y lo que ocurre en un agujero negro está condenado a permanecer en el agujero negro para siempre. Los guionistas probablemente eligieron Cygnus X-1 porque consideraron que era un agujero negro bastante glamuroso, por ser tema de

una apuesta famosa. El matemático y cosmólogo Stephen Hawking dudaba al principio de que tal objeto fuese en realidad un agujero negro, de modo que hizo una apuesta con su colega Kip Thorne. Cuando las observaciones cuidadosas probaron que estaba equivocado, Hawking tuvo que pagarle a Thorne una suscripción de un año a la revista *Penthouse*.

El título del episodio es una broma basada en la novela victoriana *El prisionero de Zenda*, de Anthony Hope, en la cual el rey Rodolfo de Ruritania (un país de ficción) es drogado y secuestrado por su malvado hermano antes de la coronación. Para salvar la corona y evitar que caiga en las manos equivocadas, el primo inglés de Rodolfo explota su parecido con el rey y adopta su identidad. En resumen, la trama de *El prisionero de Zenda* gira en torno a alguien que asume una nueva identidad, y ese es también el tema central de «El prisionero de Benda».

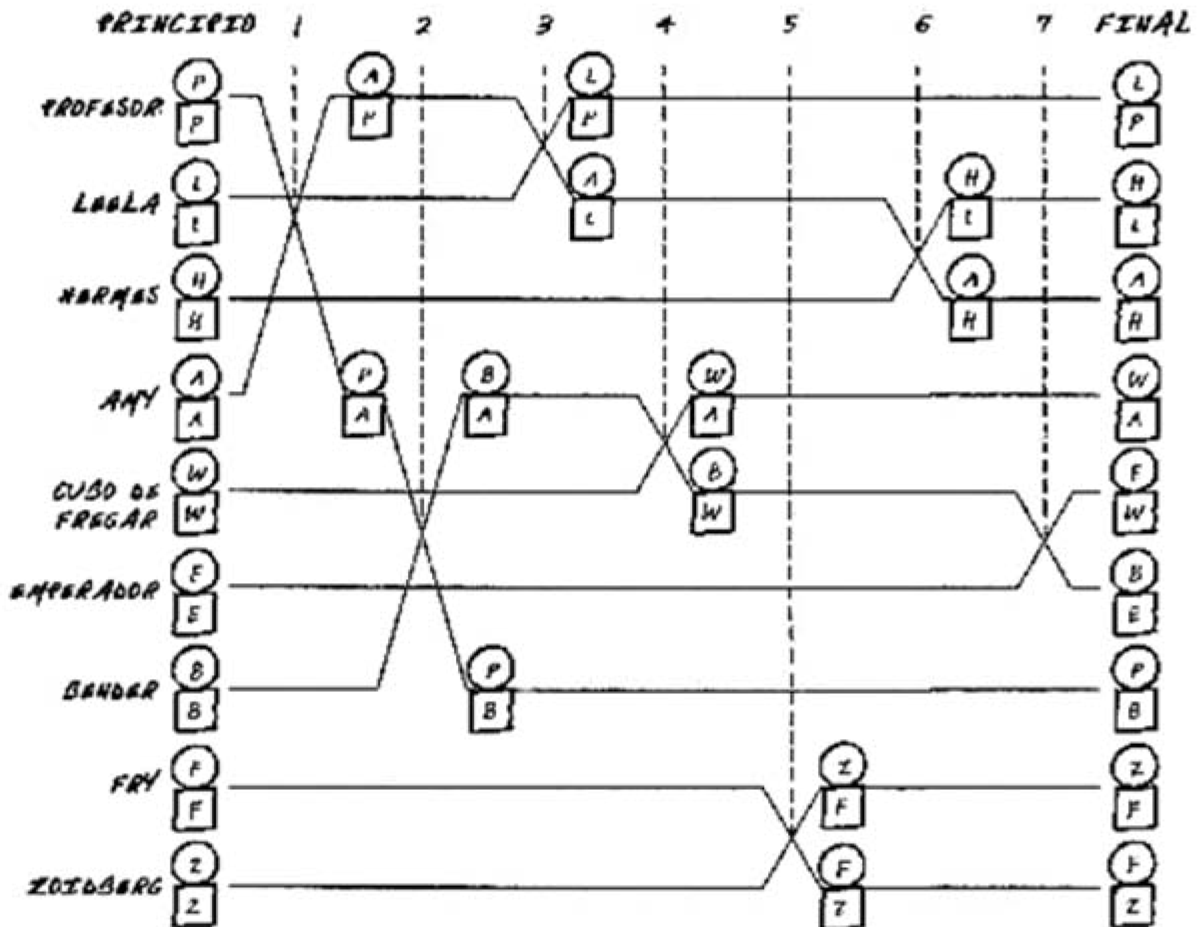
El cambio de identidad empieza cuando el profesor Farnsworth usa su intercambiador de mentes para cambiar su mente con la de Amy, para poder experimentar la alegría de volver a ser joven dentro del cuerpo de Amy. Amy también está ansiosa por cambiarse, porque así podrá comer todo lo que quiera, sabiendo que el flaco cuerpo del profesor puede permitirse tranquilamente ganar algo de peso.

La trama se complica cuando Bender y Amy se cambian la mente. Por supuesto, antes de ese cambio, el cuerpo de Amy tenía la mente del profesor, de modo que el resultado del cambio es que el cuerpo de Bender acaba conteniendo la mente del profesor, y el cuerpo de Amy contiene la mente de Bender. Eso permite a Bender cometer un robo seduciendo a los guardias, con la ventaja de que no puede ser identificado correctamente. Mientras, el profesor acaba uniéndose al Circo Robótico. La situación se vuelve más confusa aún después de una orgía de cambios de mente sucesivos, que ocurren a lo largo del episodio. Cada par de nombres se refiere a los cuerpos implicados en el cambio de mente, no necesariamente a las mentes dentro de esos cuerpos en particular, en el momento del cambio.

1 Profesor Farnsworth ↔ Amy
2 Amy ↔ Bender
3 Profesor Farnsworth ↔ Leela
4 Amy ↔ Cubo de Fregar[26]
5 Fry ↔ Zoidberg
6 Leela ↔ Hermes
7 Cubo de Fregar ↔ Emperador Nikolai[27]

Aunque solo hay siete cambios en total, las consecuencias de esos malabarismos mentales son muy confusas. Una forma de mantener la pista de lo que va ocurriendo es dibujar un «diagrama de Seeley», inventado por el doctor Alex Seeley, un fan de *Futurama* que vive en Londres. Un rápida ojeada a este diagrama revela que los siete cambios de mente al final tienen como resultado que el cuerpo del profesor contenga la mente de Leela, el cuerpo de Leela contenga la mente de Hermes, y así sucesivamente.

A medida que el episodio va llegando a su conclusión, todo el mundo se aburre de la novedad y quiere volver a su cuerpo original. Pero existe un problema grave causado por un fallo del intercambiador de mentes: una vez dos cuerpos han intercambiado su mente, el intercambiador de mentes no puede realizar un segundo cambio entre ese mismo par de cuerpos. De ahí que no quede del todo claro que las diversas mentes puedan volver a sus propios cuerpos.



Este diagrama de Seeley sigue los diversos cambios de mente. Los círculos representan mentes, los cuadrados cuerpos, y las letras que están dentro de ellos representan a los diversos individuos. Inicialmente, las nueve parejas de mentes y cuerpos coinciden, porque cada cuerpo empieza con la mente correcta. Las mentes luego se trasladan a cuerpos distintos, después de cada cambio. Por ejemplo, después del primer cambio, el cuerpo del profesor acaba combinado con la mente de Amy, y viceversa. Los cuerpos siempre permanecen en la misma línea horizontal, mientras que las mentes se mueven arriba y abajo mientras van cambiando.

El fallo en el intercambiador de mentes fue introducido por los guionistas para hacer más interesante la trama. Sin embargo, alguien tuvo que encontrar una forma de superar esa barrera para llegar a un final feliz, y la responsabilidad recayó en Ken Keeler, el guionista jefe de ese episodio. Se dio cuenta de que una forma de romper el empate sería introducir nuevas personas en el escenario, personajes que pudieran proporcionar caminos

indirectos para que la mente del profesor y las de todos los demás volvieran a los cuerpos correctos. Sin embargo, en lugar de enfrentarse al escenario particular de «El prisionero de Benda», Keeler intentó centrarse en el problema de una manera más general: ¿cuánta gente nueva sería necesario introducir en un grupo de cualquier tamaño para desenredar cualquier posible lío de cambio de mentes?

Cuando empezó a explorar el problema, Keeler no tenía ni idea de cuál podía ser la respuesta. ¿Dependería el número de personas nuevas del tamaño del grupo que había que desenredar? Si era así, quizá el número de gente nueva sería directamente proporcional al tamaño del grupo, o quizá el número de personas nuevas crecería exponencialmente con relación al tamaño del grupo. ¿O quizá había un número mágico de personas nuevas que pudiera arreglar cualquier grupo confundido?

Encontrar la respuesta resultó un desafío significativo, incluso para alguien que tenía un doctorado en matemáticas aplicadas. Le recordó a Keeler alguno de los problemas más difíciles que había abordado en la universidad. Después de un extenso período de concentración e hincar mucho los codos, Keeler consiguió hallar una prueba fiable que le daba un resultado innegable. La respuesta quedó sorprendentemente clara. Keeler concluyó que bastaba con introducir solo dos personas para desenredar un caos de cambios de mente de cualquier magnitud, mientras esas dos personas se utilizaran de la manera correcta. La prueba de Keeler, que es algo técnica, ha dado en llamarse «teorema de Futurama» o «teorema de Keeler».

Esa prueba la presentan en «El prisionero de Benda» «Sweet» Clyde Dixon y Ethan «Bubblegum» Tate, dos jugadores de baloncesto del Globetrotter Homeworld, famosos también por sus talentos matemáticos y científicos. En realidad, «Bubblegum» Tate es profesor adjunto de física en la Universidad Globetrotter, y profesor de física aplicada en la universidad de Marte. Estos personajes aparecen en varios episodios de *Futurama*, y demuestran habitualmente sus conocimientos matemáticos. Por ejemplo, en «El gran golpe de Bender», «Bubblegum» Tate da consejos a «Sweet» Clyde sobre la resolución de una ecuación de viaje por el tiempo: «Usa variaciones de parámetros y expande el wronskiano»[28].



10. Esta foto borrosa fue tomada por Patric Verrone el 9 de diciembre de 2009, el día de la lectura de «El prisionero de Benda». Ken Keeler esboza su prueba del teorema de Futurama de pie encima de un sofá, en las oficinas de *Futurama*.

Cuando «El prisionero de Benda» llega a su clímax, «Sweet» Clyde declara: «Resumiendo: por mucho que hayan trocado sus cuerpos, pueden restaurarlos usando dos jugadores suplentes». «Sweet» Clyde redacta un esbozo de la prueba en una pizarra verde fluorescente.



11. El teorema de Futurama, tal y como lo escribe «Sweet» Clyde en la conclusión de «El prisionero de Benda». «Bubblegum» Tate mira los detalles de la prueba, mientras Bender (que contiene la mente del profesor) contempla admirado. Encontrarán una transcripción de la prueba tal y como aparece en la pizarra en el apéndice 5.

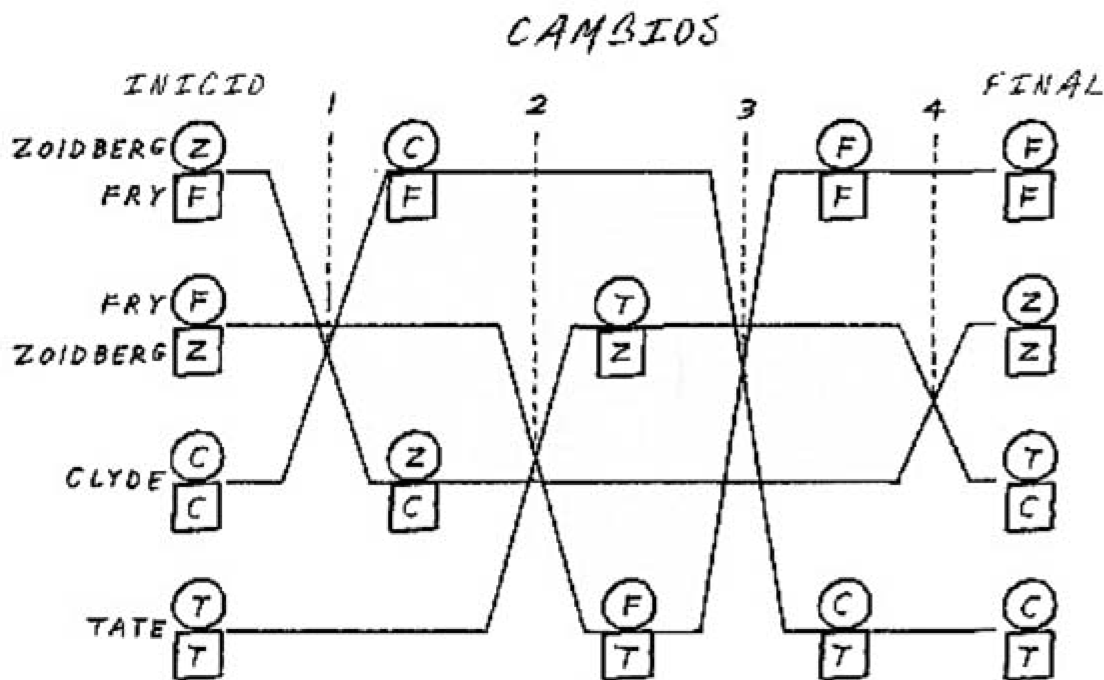
La mejor forma de comprender la prueba, que está expresada en notación técnica, es concentrarse en su aplicación para poder ayudar a que los personajes de «El prisionero de Benda» salgan del aprieto. La prueba esencialmente describe una astuta estrategia de desenredo, que empieza viendo que los individuos con mentes cambiadas pueden colocarse en unos grupos bien definidos; en el caso de «El prisionero de Benda» son dos grupos. Examinando cuidadosamente el diagrama de la página 249 se revela que el primer grupo consiste en Fry y Zoidberg. Esto se hace evidente desde las dos líneas inferiores del diagrama, que revelan que la mente de Fry acaba en el cuerpo de Zoidberg, mientras que la mente de Zoidberg acaba en el cuerpo de Fry. Esto se considera un grupo porque podemos ver que hay una mente para cada cuerpo, y el único problema es que las mentes y los cuerpos están cambiados.

El otro grupo incluye a todos los demás personajes. El diagrama de Seeley muestra que la mente del profesor está en el cuerpo de Bender, la

mente de Bender está en el cuerpo del emperador, la mente del emperador está en el cuerpo de Cubo de Fregar, la mente de Cubo de Fregar está en el cuerpo de Amy, la mente de Amy está en el cuerpo de Hermes, la mente de Hermes está en el cuerpo de Leela y finalmente la mente de Leela está en el cuerpo del profesor, y así se cierra el grupo. De nuevo, se considera un grupo porque hay una mente para cada cuerpo, pero las mentes y los cuerpos están cambiados.

Una vez identificados los grupos, Keeler añadió dos personas nuevas al conjunto: «Bubblegum» Tate y «Sweet» Clyde, que consiguieron desenmarañar los dos grupos, uno cada vez. Para ver esta actuación, empecemos con el grupo más pequeño y deshagamos el lío.

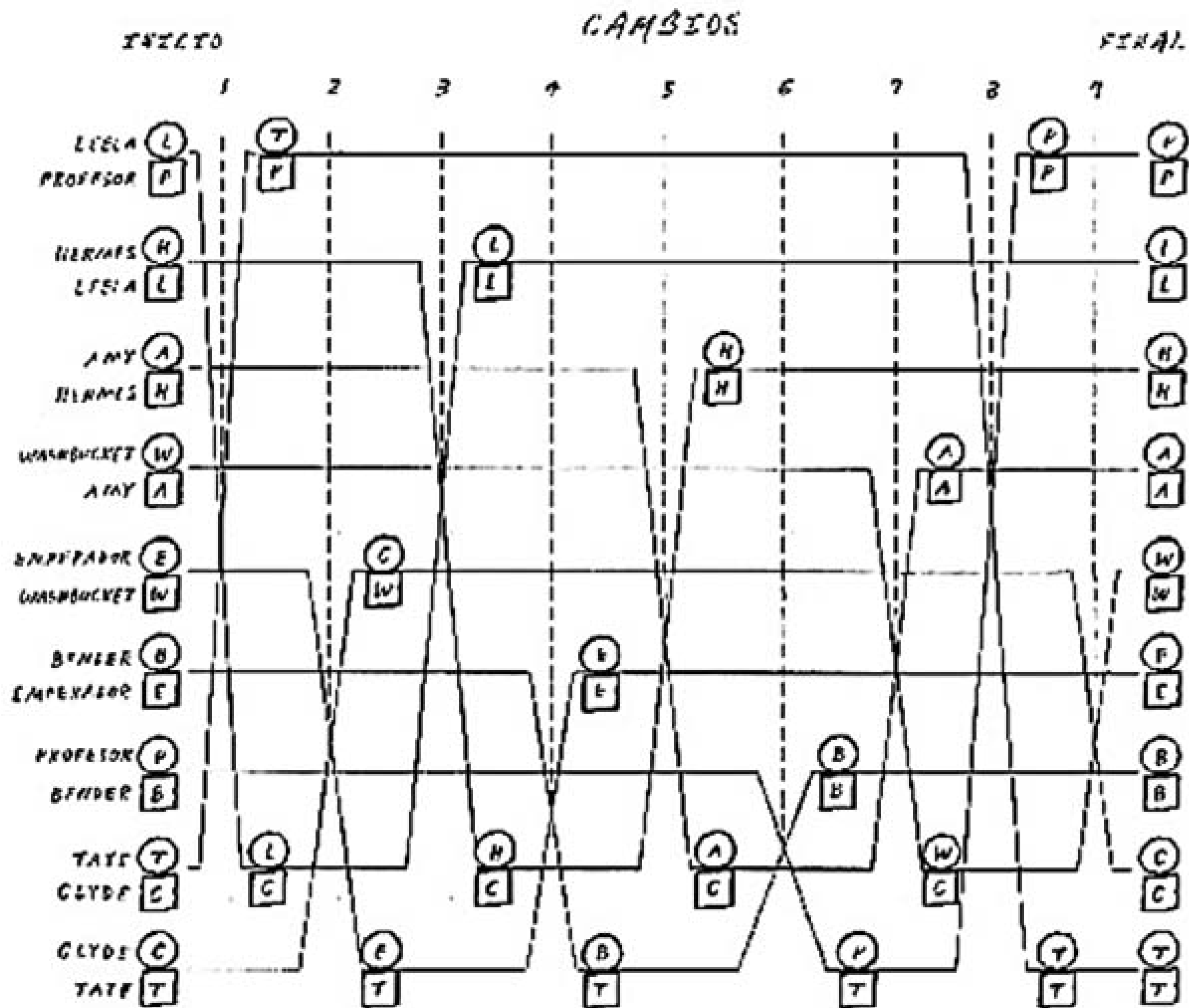
El diagrama de Seeley que tenemos aquí debajo muestra exactamente lo que ocurre en el episodio. Podemos ver que la fase de desenredo empieza con «Sweet» Clyde cambiándose la mente con Fry (que a su vez tiene la mente de Zoidberg), luego «Bubblegum» Tate se cambia la mente con Zoidberg (que tiene la mente de Fry). Con dos cambios de mente más, la mente de Fry vuelve a su propio cuerpo y la mente de Zoidberg al suyo.



«Sweet» Clyde y «Bubblegum» Tate están todavía cambiados, y el paso siguiente más obvio sería devolver sus mentes a los cuerpos correctos realizando un cambio más: este se permitiría porque todavía no se han cambiado la mente entre sí. Sin embargo, sería un cambio prematuro. Los genios del mate-cesto se habían introducido como gente nueva para desenmarañar los grupos, y su trabajo todavía no se ha completado. Así que deben permanecer cambiados hasta que se ocupen del segundo grupo.

El diagrama de Seeley que aparece en la página siguiente sigue la pista a los nueve cambios de mente que ocurrirán para desenmarañar el segundo grupo. No hay necesidad de ir siguiendo el diagrama de Seeley cambio por cambio, pero el diseño general muestra que la adición de «Sweet» Clyde y «Bubblegum» Tate crea el movimiento requerido para resolver la situación. Los dos están implicados en cada uno de los cambios de mente, y eso explica por qué la parte inferior del diagrama tiene un aspecto mucho más enmarañado que la zona superior. «Sweet» Clyde y «Bubblegum» Tate son recipientes temporales para mentes que buscan el hogar adecuado. En cuanto reciben una mente, la cambian para que esa mente pueda acabar en el cuerpo apropiado. Reciban la mente que reciban, inmediatamente se la pasan al cuerpo adecuado en el siguiente movimiento, y así sucesivamente.

Aunque Keeler hizo un trabajo excelente resolviendo el enigma del cambio de mentes y desarrollando el teorema de Futurama, debemos señalar que o bien no se dio cuenta de un detalle o bien lo ignoró para hacer más interesante el final de «El prisionero de Benda». El detalle en cuestión es un posible atajo. Recuerden que para desenmarañar cualquier situación es necesario introducir dos personajes nuevos. Sin embargo, en el caso que estamos examinando, uno de los grupos que hay que desenmarañar consiste solo en dos personajes (la mente de Fry en el cuerpo de Zoidberg, y la mente de Zoidberg en el cuerpo de Fry). De ahí que ellos dos podrían haber actuado como personajes nuevos en relación con el grupo más amplio. Esto es posible porque Fry y Zoidberg no se habían cambiado previamente con nadie más en el grupo grande.



El proceso de desenmarañamiento en dos fases que aparecía en el episodio, requería cuatro cambios, seguidos por nueve cambios más, es decir, trece cambios en total. Por el contrario, si se hubiese usado el atajo, entonces cada mente habría vuelto a su cuerpo con un total solo de nueve cambios.

La posibilidad de que un grupo ya existente proporcionase las dos personas nuevas requeridas para desenmarañar otro grupo fue explorada por primera vez por James Grime, un matemático con base en Cambridge, Inglaterra. De ahí que algunas personas se refieran a este truco como «corolario de Grime», una afirmación matemática que emerge del teorema de Futurama.

El trabajo de Keeler también ha inspirado una investigación sobre el tema del cambio de mentes que se publicará en *American Mathematical Monthly*, cuyos autores son Ron Evans, Lilhua Huang y Tuan Nguyen, de la Universidad de San Diego, California. El artículo se llama «El teorema de Keeler y productos de distintas transposiciones», y se ocupa de ver cómo desenmarañar cualquier situación de cambio de mentes de la manera más eficiente.

Por el contrario, Keeler ha decidido no publicar su propia investigación sobre cambios de mentes. Modestamente lo describe como un trabajo matemático bastante normal, y en general se resiste a hablar de las pruebas. Me dijo que su descripción más detallada del teorema de Futurama apareció en un falso guión que distribuyó a sus colegas: «Cuando un guionista entrega su borrador de un guión, el primer paso del proceso de reescritura es que los otros guionistas cogen las copias y se toman media hora o así para leerlo. Para gastarles una broma, yo empezaba el guión con una escena falsa de tres páginas donde «Sweet» Clyde explica su teorema al profesor con todo tipo de detalles técnicos. Algunos de los guionistas se lo tragaron entero, con los ojos como platos, sin duda alguna, antes de descubrir que el guión empezaba en realidad en la página cuatro».

El travieso guión falso de Keeler refuerza la idea de que el auténtico guión de «El prisionero de Benda» se basa en un teorema matemático realmente interesante e innovador. En muchos aspectos, este episodio es la cima de todas las referencias matemáticas que hayan aparecido jamás tanto en *Los Simpson* como en *Futurama*. Mike Reiss y Al Jean empezaron a introducir gags de matemáticas de imagen congelada en la primera temporada de *Los Simpson*, y dos décadas más tarde, Ken Keeler creó un teorema totalmente nuevo para ayudar a la tripulación del Planet Express. Realmente, Keeler puede atribuirse el honor de ser el primer guionista de la historia de la televisión que ha creado un nuevo teorema matemático exclusivamente para una comedia.

EXAMEN V

Broma 1

Un número infinito de matemáticos entran en un bar. El camarero dice:
—¿Qué les pongo?
El primer matemático dice:
—Tomaré media cerveza.
El segundo matemático dice:
—Yo tomaré un cuarto de cerveza.
El tercer matemático dice:
—Yo tomaré un octavo de cerveza.
El cuarto matemático dice:
—Yo tomaré un dieciseisavo de cerveza…
El camarero les interrumpe entonces, pone una cerveza entera y dice:
—Ya conozco su límite.

Broma 2

¿Qué le dice un vector a su momento? Sin mí tu vida no tiene sentido.

Broma 3

¿Cuál es el colmo de un matemático?
Morir de cálculos.

Broma 4

No invites nunca a un topólogo a café con donuts.

Broma 5

Kleineken, ¡qué buena cerveza! ¡Lástima que no pueda sacarla de la botella!

EπLOGO



Futurama ha conseguido muchos premios a lo largo de los años, incluyendo seis Emmys. Eso explica por qué el *Libro Guinness de los récords* la ha reconocido como «La serie de dibujos animados más aclamada por la crítica».

Del mismo modo, *Los Simpson* también ha ganado más de una docena de Emmys y se ha convertido en la serie de televisión que más tiempo ha durado de la historia. Según la revista *Time* en su revisión del siglo XX, *Los Simpson* estaba considerada como la mejor serie de televisión, y Bart Simpson como una de las cien personas más importantes del mundo. Era el único personaje de ficción que aparecía en la lista. Bart y su familia también hicieron historia en 2009, cuando se convirtieron en los primeros personajes de televisión que tuvieron su propio sello del Servicio Postal de Estados Unidos, que todavía se emite. Matt Groening proclamó, orgulloso: «Es el honor más grande y adhesivo que ha recibido jamás *Los Simpson*».

Sin embargo, junto con este reconocimiento público, muy merecido, también ha habido apreciación discreta y respeto por parte de la comunidad *nerd*. Para nosotros, los mayores logros de *Los Simpson* y *Futurama* han sido sus celebraciones y flirteos con las matemáticas. Ambas series han enriquecido mucho el sistema *geek*.

Los no *nerds* podrían desdeñar con toda facilidad las travesuras matemáticas que aparecen en *Los Simpson* y *Futurama* y considerarlas superficiales y frívolas, pero sería un insulto para el ingenio y dedicación de los dos equipos de guionistas más dotados matemáticamente de la historia de la televisión. Ellos nunca se han cansado de defenderlo todo, desde el último teorema de Fermat a su propio teorema de Futurama.

Como sociedad, adoramos con toda justicia a grandes músicos y novelistas, pero raramente oímos mencionar al humilde matemático. Está claro que las matemáticas no están consideradas como parte de nuestra cultura. Por el contrario, en general se teme a los matemáticos y son motivo de burlas. A pesar de todo ello, los guionistas de *Los Simpson* y *Futurama* han conseguido introducir ideas matemáticas complejas en un programa de televisión de máxima audiencia durante casi un cuarto de siglo.

A medida que se aproximaba el último día que pasé con los guionistas en Los Ángeles, llegué a la conclusión de que estaban orgullosos de su legado matemático. Al mismo tiempo, entre algunos de ellos existía una sensación de tristeza por no haber podido continuar sus carreras matemáticas. Las oportunidades en Hollywood les habían obligado a dejar a un lado sus sueños de probar grandes teoremas.

Cuando expresé la posibilidad del arrepentimiento, David X. Cohen habló de los inconvenientes de ese movimiento de alejamiento de la investigación y hacia la televisión: «Es verdad que a los guionistas nos atormentan dudas sobre nuestras decisiones, sobre todo a los que abandonamos nuestra carrera en las ciencias y las matemáticas. Pero para mí, el objetivo primordial de la educación es descubrir algo nuevo. Me parece que la forma más noble de dejar tu marca en el mundo es ampliar la comprensión del mundo que tiene el hombre. ¿Iba a conseguir yo algo de eso? Posiblemente no, así que quizá tomara una buena decisión».

Aunque no ha inventado ninguna tecnología informática radicalmente nueva, ni ha desvelado el misterio de si $P = NP$ o $P \neq NP$, Cohen sigue creyendo que podría hacer una contribución indirecta a la investigación: «Habría preferido seguir siendo investigador toda la vida, pero creo que *Los Simpson* y *Futurama* hacen divertidas las ciencias, en concreto las matemáticas, y quizá puedan influir en una nueva generación de personas, de modo que alguien que aún está aprendiendo podría conseguir lo que yo no he conseguido. Me consuelo y duermo por la noche pensando cosas así».

En cuanto a Ken Keeler, para él la época que pasó como matemático formó parte de su progreso para convertirse en guionista de comedias: «Todo lo que nos ocurre tiene algún efecto en nosotros, y supongo que el tiempo que pasé en la universidad me hizo mejor guionista. Ciertamente, no

lo lamento. Por ejemplo, yo decidí que el número de serie de Bender fuese el 1729, un número históricamente significativo en matemáticas, y creo que solo esa referencia justifica por completo mi doctorado.

»Pero no sé si mi director de tesis lo verá de la misma manera que yo».

APÉNDICE 1

LA SABERMETRÍA APLICADA AL FÚTBOL



Billy Beane empezó a pensar en aplicar la sabermetría al fútbol poco después de que el propietario de los Athletics de Oakland mostrase interés por comprar un equipo de fútbol de la Liga Mayor. Desde entonces Beane ha estado vinculado con equipos ingleses de fútbol como el Liverpool, el Arsenal y el Tottenham Hotspur.

Sin embargo, antes de la implicación de Beane, otros ya estaban aportando una visión matemática del fútbol. En particular, se ha hecho una investigación rigurosa del impacto de los jugadores que reciben tarjetas rojas. Es una cuestión que interesaría a Lisa Simpson, a quien sacó una tarjeta roja su propio padre cuando jugaba al fútbol en «Marge virtual» (2007).

Tres profesores holandeses, G. Ridder, J. S. Cramer y P. Hoppstaken, escribieron un artículo titulado «Quedarse en diez: estimación del efecto de una tarjeta roja en el fútbol», que se publicó en el *Journal of the American Statistical Association* en 1994. En este artículo, los autores «proponen un modelo para el efecto de la tarjeta roja que tiene en cuenta las diferencias iniciales en las fuerzas de los equipos y la variación en la intensidad de marcaje durante el partido. Más específicamente, proponemos un modelo Poisson no homogéneo, con efecto específico para el partido, para la puntuación de cada lado. Estimamos el efecto diferencial de la tarjeta roja mediante un estimador de probabilidad condicional máxima (PCM) que es independiente de los efectos específicos para el partido».

Los autores afirmaban que un defensor que comete una falta deliberada sobre un delantero que está a punto de marcar gol fuera de la zona de penalti hace una contribución positiva a su equipo no permitiendo el gol,

pero también hace una contribución negativa porque será expulsado y no podrá jugar durante el resto del partido. Si el incidente tiene lugar en el último minuto de un juego, entonces la contribución positiva sobrepasa a la negativa, ya que el jugador será expulsado justo cuando el partido está a punto de acabar. Por otra parte, si el incidente tiene lugar en el primer minuto, entonces la contribución negativa superará a la positiva, porque el equipo se quedará con diez hombres durante casi todo el partido. El impacto general en situaciones extremas es de sentido común, pero ¿y si se presenta una oportunidad de impedir un gol mediante una falta deliberada en medio del juego? ¿Vale la pena cometer la infracción?

El profesor Ridder y sus colegas usaron las matemáticas para determinar el tiempo límite, que es el punto del juego en el que ser expulsado empieza a valer la pena, si significa no encajar un gol.

Si suponemos que los equipos están al mismo nivel, y el delantero casi seguro marcará un tanto, entonces vale la pena cometer la falta en cualquier momento después del minuto dieciséis, en un juego de noventa minutos. Si hay un 60 por 100 de probabilidades de que se marque gol, entonces el defensa deberá esperar hasta el minuto cuarenta y ocho, antes de derribar al delantero. Y si solo existe un 30 por 100 de posibilidades de marcar, entonces el defensa deberá esperar hasta el minuto setenta y uno, antes de cometer la falta. No es exactamente la forma más honrada de aplicar las matemáticas al deporte, pero el resultado es útil.

APÉNDICE 2

ENTENDER LA ECUACIÓN DE EULER



$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

La ecuación de Euler es curiosa porque unifica cinco de los ingredientes fundamentales de las matemáticas, es decir, 0, 1, π, *e* e *i*. Esta breve explicación intenta arrojar algo de luz sobre lo que significa elevar e a una potencia imaginaria, y por tanto ayuda a demostrar por qué la ecuación es válida. Asume un conocimiento funcional de algunos temas moderadamente avanzados, como las funciones trigonométricas, los radianes y los números imaginarios.

Empecemos con las «series de Taylor», que nos permiten representar cualquier función como una suma infinita de términos. Si quiere saber más sobre la construcción de una serie de Taylor, entonces necesitará hacer algunos deberes, pero para nuestro objetivo, la función e^x se puede representar como sigue:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$$

Aquí, x puede representar cualquier valor, de modo que podemos sustituir x por ix, y de ahí $i^2 = -1$. Y así conseguimos la serie siguiente:

$$e^{ix} = 1 + \frac{ix}{1!} - \frac{x^2}{2!} - \frac{ix^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{ix^5}{5!} + \dots$$

A continuación, agrupamos términos según si contienen i o no:

$$e^{ix} = \left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots\right) + \mathrm{i}\left(\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \ldots\right)$$

Dando un rodeo aparentemente irrelevante, también es posible encontrar un par de series de Taylor que representen las funciones de seno y coseno, que conducen a los siguientes resultados:

$$\operatorname{sen} x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots$$

Y así podemos escribir e^{ix} en términos de sen x y cos x:

$$e^{ix} = \cos x + i \operatorname{sen} x$$

La identidad de Euler implica el término $e^{i}\pi$, y ahora ya podemos calcularlo sustituyendo x por π:

$$e^{i\pi} = \cos \pi + i \operatorname{sen} \pi$$

En este contexto, π es una medida angular en radianes, de tal modo que 360° = 2π radianes. De ahí, cos π = −1 y sen π =0. Eso implica que

$$e^{i\pi} = -1$$

Y por tanto

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Según el profesor Keith Devlin, matemático británico de la Universidad de Stanford y autor del blog «Devlin’s Angle»: «Como un soneto de Shakespeare, que captura la verdadera esencia del amor, o un cuadro que extrae toda la belleza de la forma humana, que va mucho más allá de la piel, la ecuación de Euler ahonda en las auténticas profundidades de la existencia».

APÉNDICE 3

LA RECETA DEL DOCTOR KEELER PARA LA SUMA DE CUADRADOS



En una entrevista con la doctora Sarah Greenwald, de la Universidad Estatal de los Apalaches, Ken Keeler contaba el siguiente episodio concerniente a su padre, Martin Keeler, que tenía un conocimiento intuitivo de las matemáticas:

> La principal influencia que tuve fue mi padre, que era médico… Solo hizo un curso de cálculo, pero recuerdo que una vez le pregunté cuál era la suma de los primeros *n* al cuadrado, y fue capaz de hallar la fórmula en unos pocos minutos: $n^3/3 + n^2/2 + n/6$.
>
> Lo que todavía me sorprende es que no lo hizo con ningún argumento geométrico (como se suele derivar normalmente la suma de los primeros *n* enteros) ni con un argumento inductivo. Supuso que la fórmula era un polinomio cúbico con coeficientes desconocidos, y luego averiguó los coeficientes resolviendo el sistema de cuatro ecuaciones lineales generado computando las cuatro primeras sumas de cuadrados. (Y lo hizo todo a mano, sin determinantes.) Cuando le pregunté cómo sabía que la fórmula sería un polinomio cúbico, me dijo: «¿Y qué otra cosa iba a ser si no?».

APÉNDICE 4

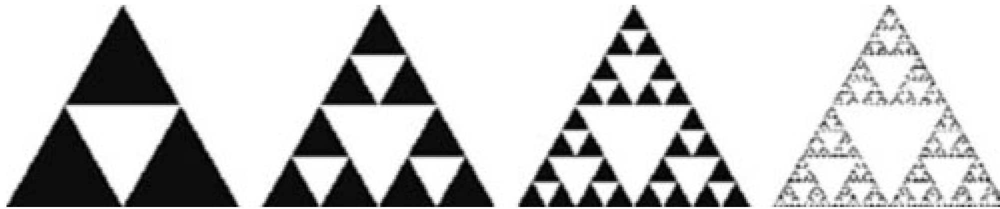
FRACTALES Y DIMENSIONES FRACCIONARIAS



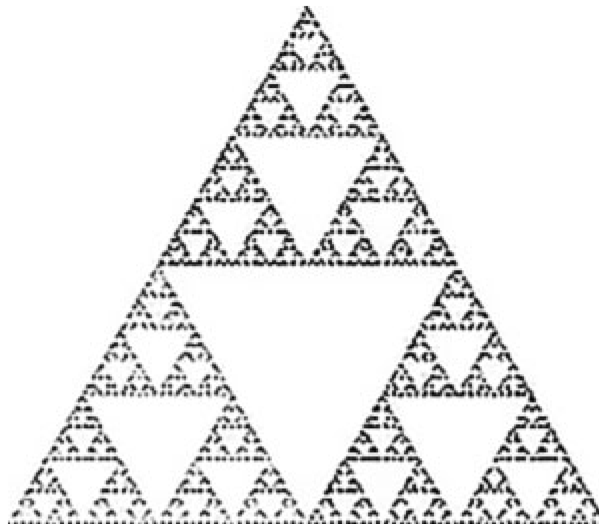
Normalmente, pensamos en los fractales como diseños que consisten en modelos similares a sí mismos en todas las escalas. En otras palabras: el diseño global asociado con un objeto persiste cuando lo miramos de lejos o de cerca. Como señalaba el padre de los fractales, Benoit Mandelbrot, estos modelos similares a sí mismos se encuentran en la naturaleza: «Una coliflor demuestra que un objeto puede estar hecho de muchas partes, cada una de las cuales es como el total, pero más pequeña. Muchas plantas son así. Una nube está hecha de pequeñas nubecillas que parecen nubes. Cuando se mira una nube de cerca, no se ve nada liso, sino irregularidades a una escala más pequeña».

Los fractales también son reconocibles porque exhiben dimensiones fraccionarias. Para entender un poco lo que significa tener una dimensionalidad fraccionaria, examinaremos un objeto fractal en particular, en concreto el «triángulo de Sierpinski», que se construye según la siguiente receta:

Primero, tome un triángulo normal y corte un triángulo central, con el resultado de la forma que se muestra en la página siguiente, del primer triángulo. Esta forma contiene tres subtriángulos, a cada uno de los cuales se le corta un triángulo central, que da como resultado la segunda de las cuatro formas de triángulo. Los triángulos centrales se vuelven a recortar, y como resultado tenemos el tercer triángulo en esqueleto. Si se repite este proceso un número infinito de veces, el resultado final es la cuarta forma de triángulo, un triángulo de Sierpinski.



Una forma de pensar en la dimensionalidad es considerar cómo cambian de área los objetos cuando cambia su longitud. Por ejemplo, doblando la longitud de un lado de un triángulo bidimensional normal corriente, llegamos a cuadruplicar su área. En realidad, doblando la longitud de cualquier forma bidimensional normal, cuadruplicamos su área. Sin embargo, si doblamos la longitud del triángulo de Sierpinski de arriba y creamos el triángulo de Sierpinski más grande que aparece aquí abajo, no conseguimos cuadruplicar su área.



Aumentando la longitud en un factor 2, el área del triángulo de Sierpinski aumenta en un factor de solo 3 (no 4) porque el triángulo mayor puede construirse con solo tres versiones del triángulo pequeño gris original. Este crecimiento sorprendentemente menor en el área es una pista que nos indica que el triángulo de Sierpinski no es realmente bidimensional. Sin entrar en detalles matemáticos, el triángulo de Sierpinski tiene 1,585 dimensiones (o log 3/log 2 dimensiones, para ser exactos).

Una dimensionalidad de 1,585 parece un absurdo, pero tiene su lógica en relación con el proceso de construcción que crea el triángulo de

Sierpinski. El proceso empieza con un triángulo sólido y bidimensional con mucha área obvia, pero al quitar triángulos centrales una y otra vez (un número infinito de veces) el triángulo de Sierpinski final tiene algo en común con una red de fibras unidimensionales, o incluso una colección de puntos con dimensión cero.

APÉNDICE 5

TEOREMA DE KEELER



La prueba de «Sweet» Clyde Dixon del teorema de Keeler (también conocido como teorema de Futurama) aparece en la pizarra verde fluorescente en «El prisionero de Benda», tal como se indica en la página 252. Aquí tenemos una transcripción de tal prueba:

Primero, suponiendo que π es un ciclo-k de $[n] = \{1\ldots, n\}$: sin pérdida de generalidad, podemos decir:

$$\pi = \begin{pmatrix} 1\ 2\ \ldots\ k & k+1\ \ldots\ n \\ 2\ 3\ \ldots\ 1 & k+1\ \ldots\ n \end{pmatrix}$$

Supongamos que $\langle a, b\rangle$ representan la transposición que cambia los contenidos de a y b.

La hipótesis es que π es generado por DISTINTOS cambios de $[n]$.

Introducimos dos «cuerpos nuevos» $\{x, y\}$ y decimos:

$$\pi = \begin{pmatrix} 1\ 2\ \ldots\ k & k+1\ \ldots\ n\ x\ y \\ 2\ 3\ \ldots\ 1 & k+1\ \ldots\ n\ x\ y \end{pmatrix}$$

Para cada $i = 1, \ldots, k$, δ sería la serie de cambios (L-a-R)

$$\delta = (\langle x,1\rangle\ \langle x,2\rangle\ \ldots\ \langle x,i\rangle)\ (\langle y, i+1\rangle\ \langle y, i+2\rangle\ \ldots\ \langle y, k\rangle)\ (\langle x, i+1\rangle)\ (\langle y,1\rangle)$$

Observen que cada cambio sustituye un elemento de $[n]$ con uno de $\{x, y\}$, así que son distintos de los cambios dentro de $[n]$ que generan π, y también de $\langle x, y\rangle$. Mediante verificación:

$$\pi = \begin{pmatrix} 1\ 2\ \dots\ n\ x\ y \\ 2\ 3\ \dots\ n\ x\ y \end{pmatrix}$$

es decir, δ vuelve al ciclo-*k* y deja *x* e *y* cambiados (sin realizar $\langle x, y \rangle$).

Y AHORA supongamos que π es una permutación ARBITRARIA de [*n*]: consiste en ciclos inconexos (no triviales) y cada uno puede invertirse como se ha visto antes en secuencia, después de lo cual *x* e *y* se pueden intercambiar si fuera necesario a través de $\langle x, y \rangle$, tal y como se deseaba.

AGRADECIMIENTOS



No podría haber escrito este libro sin el apoyo de muchos guionistas de *Los Simpson* y de *Futurama*, que dedicaron su tiempo a las entrevistas, y que a menudo se esforzaron por ayudarme más allá de lo que exigía el deber. En particular, quiero dar las gracias a J. Stewart Burns, Al Jean, Ken Keeler, Tim Long, Mike Reiss, Matt Selman, Patric Verrone, Josh Weinstein y Jeff Westbrook. Y por encima de todo, David X. Cohen ha sido increíblemente amistoso, paciente y generoso con su tiempo, desde que le envié el primer mensaje de correo allá por 2005. También debo añadir que Ken, Mike, Al y David me proporcionaron fotos personales para el libro así como Mike Bannan. Gracias también a la Fox y a Matt Groening por darme permiso para usar imágenes de *Los Simpson* y de *Futurama*.

Gracias a Roni Brunn, que me envió información sobre el Club de Mates, y a Amy Jo Perry, que preparó entrevistas y me hizo sentir muy a gusto durante mi viaje a Los Ángeles. También estoy muy agradecido a la profesora Sarah Greenwald y al profesor Andrew Nestler por dedicarme su tiempo y que pudiera entrevistarlos. Animo a los lectores a visitar sus *websites* para averiguar muchas más cosas sobre las matemáticas de *Los Simpson* y *Futurama*.

Este es mi primer libro como papá, así que le doy las gracias a mi hijo Hari Singh, de tres años, que ha pasado gran parte del último año aporreando mi teclado y babeando en mi manuscrito cuando yo no miraba. Ha sido la distracción mejor que podía imaginar.

Cuando me encerraba en mi despacho, la señora Singh (más conocida como Anita Anand) ha hecho un trabajo excelente manteniendo entretenido a Hari elaborando pasteles, pintando, criando mariposas, matando dragones y jugando al escondite. Cuando ella se encerraba también en su despacho para escribir su libro, dejábamos que Hari corriera suelto por las calles o

bien confiábamos en diversas personas para que le echaran un ojo. Gracias a la abuela Singh, el abuelo Singh, la abuela Anand, Natalie, Isaac y Mahalia.

Como siempre, Patrick Walsh, Jake Smith-Bosanquet y sus colegas de la agencia literaria Conville & Walsh han supuesto un apoyo y consejo constante. Ha sido estupendo trabajar con una nueva editora británica, Natalie Hunt, y también ha sido doblemente maravilloso trabajar una vez más con George Gibson, que tuvo fe en mí cuando era un escritor novel y publicó mi primer libro sobre el último teorema de Fermat.

En mi investigación he recurrido a diversos recursos en la web, creados por devotos fans de *Los Simpson* y *Futurama*. Los detalles de estas webs aparecen en la parte de recursos *online*. Gracias también a Dawn Dzedzy y Mike Webb por sus consejos sobre béisbol, a Helen Arney y James Grime por sus diversas sugerencias, a Alex Seeley por otras sugerencias, a John Woodruff por más sugerencias, y a Laura Stooke por transcribir mis entrevistas. También quiero dar las gracias a Suzanne Pera, que organiza todo mi papeleo desde hace diez años o más, y que se jubila este año. Ella ha sido una auténtica superestrella, y ha evitado que mi vida se desmoronase. No sé cómo me las arreglaré en 2014.

Finalmente, había planeado escribir este libro en 2005, pero me agobiaban mucho las falsas afirmaciones que hacían terapeutas alternativos, que iban desde homeópatas a quiroprácticos. De modo que en lugar de escribir sobre *Los Simpson* y *Futurama*, escribí un libro en colaboración titulado *Trick or Treatment? Alternative Medicine on Trial* («¿Truco o tratamiento? La medicina alternativa a juicio») con el profesor Edzard Ernst.

Después de escribir un artículo para el *Guardian* sobre la quiropraxis, la Asociación Quiropráctica Británica me denunció por difamación. Esto, junto con los casos de difamación del doctor Peter Wilmshurst, el doctor Ben Goldacre y muchos otros, ayudó a desencadenar la campaña de Reforma de la Ley de Difamación en Gran Bretaña. Defenderme me costó dos años terribles, pero durante ese tiempo me di cuenta de que tenía amigos muy leales, e hice un montón de amigos nuevos también. El primer mitin auténtico para la reforma de la Ley de Difamación fue organizado por

David Allen Green, con mi abogado Robert Dougans a mi lado. Trescientos blogueros, escépticos y científicos se apiñaron en el *pub* Penderel's Oak, de Holborn, Londres, donde pronunciaron discursos Tracey Brown, Nick Cohen, Brian Cox, Chris French, Dave Gorman y Evan Harris. También se recibieron mensajes de apoyo de Richard Wiseman, Tim Minchin, Dara Ó Briain, Phil Plait, Sile Lane y muchos otros. Muchas de esas personas fueron a ver a políticos de grupos de presión y hablaron en otras reuniones para la reforma de la difamación.

Y ese no fue más que el principio. Recibí apoyo de la James Randi Educational Foundation en Estados Unidos, de Cosmosmagazine en Australia, grupos de Escépticos en el Pub de todo el mundo, el Hay Festival of Literature and the Arts, QEDcon, Sense About Science, el Science Media Centre, Index on Censorship, English PEN y muchos otros grupos e individuos. De repente, formaba parte de una familia muy amplia que apoyaba la ciencia, el raciocinio y la libertad de expresión.

Esta familia incluía al doctor Robin Ince, que presentó un concierto para recaudar fondos y siempre estuvo dispuesto a ayudarme cuando lo necesité. Es un auténtico tesoro nacional, ligeramente cascarrabias.

El 10 de febrero de 2010, en un momento en que la campaña para la reforma de la Ley de Difamación necesitaba desesperadamente más ayuda, yo prometí que en mi siguiente libro mencionaría a aquellos que se desvivieron aquel mes para persuadir a otros de que firmasen una petición de reforma de la Ley de Difamación. Al final más de sesenta mil personas firmaron la petición, y eso ayudó a hacer más conscientes a los políticos de que existía un clamor público para que hubiese una ley de libertad de expresión más amplia. Tal y como prometí, me gustaría dar las gracias a Eric Agle, Therese Ahlstam, João P. Ary, Leonardo Assumpção, Matthew Bakos, Dilip G. Banhatti, David V. Barrett, James Barwell, Ritchie Beacham-Paterson, Susan Bewley, Russell Blackford, Rosie, Florian y Hans Breuer, Matt Burke, Bob Bury, Cobey Cobb, Crispin Cooper, Simon Cotton, Rebecca Crawford, Andi Lee Davis, Malcolm Dodd, Tim Doyle, John Emsley, Tony Flinn, Teresa Gott, Sheila Greaves, Sherin Jackson, Elliot Jokl, Bronwyn Klimach, John Lambert, Daniel Lynch, Toby Macfarlaine, Duncan Macmillan, Alastair Macrae, Curtis Palasiuk, Anil

Pattni, Mikko Petteri Salminen, Colette Phillips, Steve Robson, Dennis Rydgren, Mark Salter, Joan Scanlon, Adrian Shaughnessy, David Spratt, Jon Starbuck, Sarah Such, Ryan Tanna, James Thomas, Stephen Tordoff, Edward Turner, Ayesha W., Lee Warren, Martin Weaver, Mark Wilcox, Peter S. Wilson, Bill Wroath y Roger van Zwanenberg.

Hoy en día hay una placa en el Penderel’s Oak que dice así: «Tras cuatro años de campaña, que implicó a miles de personas y cientos de organizaciones, la antigua ley fue anulada. El 25 de abril de 2013 se promulgó una nueva Ley de Difamación».

RECURSOS «ONLINE»



Los profesores Andrew Nestler y Sarah Greenwald me han proporcionado excelentes recursos *online* para aquellos que deseen explorar las matemáticas de *Los Simpson* y *Futurama*, incluyendo material dirigido a los profesores:

***Los Simpson* y las matemáticas**
www.simpsonsmath.com
http://homepage.smc.edu/nestler_andrew/SimpsonsMath.html

Hojas de actividades de *Los Simpson*
http://mathsci2.appstate.edu/~sjg/simpsonsmath/works heets.html

Futurama y las matemáticas
http://www.futuramamath.com
http://mathsci2.appstate.edu/~sjg/futurama

Hay otros muchos sitios que ofrecen información sobre *Los Simpson* y *Futurama*. Algunos de ellos contienen partes donde se discuten referencias matemáticas.

Los Simpson
http://www.thesimpsons.com/
http://simpsons.wikia.com/wiki/Simpsons_Wiki
http://www.snpp.com/

Futurama

http://theinfosphere.org/Main_Page
http://futurama.wikia.com/wiki/Futurama_Wiki
http://www.gotfuturama.com/

CRÉDITOS DE LAS FOTOS



1. Proporcionada por Mike Bannon.
2. Proporcionada por Al Jean.
3. Proporcionada por David X. Cohen.
4. Proporcionada por David X. Cohen.
5. «THE SIMPSONS»™ y © 1990 Twentieth Century Fox Television. Todos los derechos reservados.
6. «THE SIMPSONS»™ y © 1990 Twentieth Century Fox Television. Todos los derechos reservados.
7. Cortesía de Mike Reiss.
8. «THE SIMPSONS»™ y © 1990 Twentieth Century Fox Television. Todos los derechos reservados.
9. «FUTURAMA» © 2002 Twentieth Century Fox Television. Todos los derechos reservados.
10. Cortesía de Patric Verrone.
11. «FUTURAMA» © 2002 Twentieth Century Fox Television. Todos los derechos reservados.

Todas las demás imágenes de este libro fueron creadas por Nicole Gastonguay y Na Kim.



SIMON SINGH se doctoró en física de partículas en la Universidad de Cambridge. Como antiguo productor de la BBC, dirigió un documental de la BAFTA que ganó un premio sobre el último teorema de Fermat, y escribió un libro de éxito sobre el mismo tema. Su best seller *Los códigos secretos* fue la base para la serie del Channel Four «The Science of Secrecy». Su tercer libro, *Big Bang*, también tuvo mucho éxito, y *Trick or Treatment: The Undeniable Facts About Alternative Medicine*, escrito con Edzard Ernst, no se vendió demasiado, pero causó un gran revuelo. Singh vive en Londres.

Notas

[1] En 1951, *Newsweek* informaba de que *nerd* era un término despectivo cuya popularidad aumentaba en Detroit. En los años sesenta, los estudiantes del Instituto Politécnico Rensselaer preferían escribirlo así: *knurd*, que era *drunk* (borracho), escrito al revés, y que significaba por tanto que los *knurds* eran lo opuesto a los fiesteros. Sin embargo, al ir en aumento el orgullo *nerd* en la última década, ahora el término lo han adoptado matemáticos y otra gente de su calaña. De forma similar, *geek* es una etiqueta que ahora se hace admirar, como demuestra la popularidad del «geek chic» y el titular de la revista *Time* en 2005: «Los geek heredarán la tierra». <<

[2] Los lectores con un conocimiento oxidado del cálculo quizá necesiten que se les recuerde una norma general: la derivada de $y = r^n$ es $dy / dr = n \times r^{n-1}$. A los lectores que no tengan conocimientos de cálculo, les puedo asegurar que ese fallo suyo no será un impedimento para entender el resto del capítulo. <<

[3] Por cierto: casualmente, Gardner estaba viviendo en la avenida de Euclides, en Hastings-on-Hudson, Nueva York, cuando dijo a Reiss que la respuesta estaba en Euclides. <<

[4] Pista para los valientes que hagan el cálculo: no olviden que $E = mc^2$, y recuerden convertir el resultado a unidades de energía GeV. <<

[5] Debería señalar que esta es una historia a la que tengo un cariño especial, ya que he escrito un libro y dirigido un documental de la BBC sobre el último teorema de Fermat y la prueba de Andrew Wiles. Casualmente, durante un breve período en la Universidad de Harvard, Wiles dio clases a Al Jean, que luego se fue a escribir guiones para *Los Simpson*. <<

[6] En inglés *bill* tiene el significado de «cuenta» y de «pico». (*H. del t.*) <<

[7] Podemos volver a refundir este chiste con un marco más matemático definiendo P_d como el precio de venta al público, P_d como el precio al por mayor, y N como el número de sandías que puede contener el camión. La fórmula del beneficio ($) es $\$ = N \times (P_d - P_m)$. De ahí que si $P_d = P_d$, comprar un camión más grande e incrementar N está claro que no supone diferencia alguna en cuanto al beneficio. <<

[8] Estas bromas, gags e historietas han ido pasando de generación en generación de frikis, y eso significa que el nombre de los autores, lamentablemente, se pierde en la noche de los tiempos (o los autores han buscado el anonimato, cosa también comprensible). <<

[9] Yo también he buscado, por supuesto, mis propias credenciales. Mi número Erdős es el 4 y mi número Bacon el 2, cosa que me pone a la par de Westbrook. Además, parece que también tengo un número Sabbath, que se genera como resultado de las colaboraciones musicales que me vinculan con algún miembro del grupo de rock Black Sabbath. En realidad, según el ErdősErdős Bacon-Sabbath Project (http://ebs.rosschurchley.com), tengo un número ErdősErdős-Bacon-Sabbath de 10, cosa que me da el octavo número ErdősErdős-Bacon-Sabbath más bajo del mundo, a la par con Richard Feynman, entre otros… <<

[10] Recuerden que Poindexter era el chico genio de *Félix el Gato* que inspiró el adjetivo poindextroso, dado a la feromona descubierta por Lisa en el episodio «Hasta lueguito, cerebrito» (2011). <<

[11] Por cierto, cuando Lisa está en la taberna de Moe hablando con el profesor Frink, este le enseña en su ordenador un vídeo de Bill James *online*, con la voz del auténtico Bill James. <<

[12] Larry Flynt es un editor de pornografía de Estados Unidos. Un intento de asesinato en 1978 le dejó paralizado de cintura para abajo y en silla de ruedas. <<

[13] El musical procede de *El show de Rasca y Pica*, unos dibujos animados que ven Bart y Lisa. El origen de Rasca y Pica podría remontarse a un joven Matt Groening viendo *101 dálmatas* de Disney, en el cual hay una escena donde se ve a los cachorros viendo la televisión. Décadas más tarde, Groening quiso recrear la idea de un dibujo animado viendo un dibujo animado. <<

[14] Hay un proyecto de participación pública masiva para encontrar números primos de Mersenne más grandes todavía. La Gran Búsqueda por Internet de Primos de Mersenne (GIMPS por sus siglas en inglés) permite a los participantes descargarse *software* libre y luego irlo procesando en sus ordenadores domésticos cuando no hacen nada. Cada máquina entonces va buscando en su lote de números asignados, buscando un primo que bata el récord. Si usted toma parte, igual tiene la suerte de descubrir el siguiente primo de Mersenne que bata el récord. <<

[15] *Discrete Applied Mathematics*, 58, n.º 3 (1995), pp. 239-252. <<

[16] «Sobre el problema de reordenar las tortitas quemadas», *Discrete Applied Mathematics*, 61, n.º 2 (1995), pp. 105-120. <<

[17] El culpable probablemente es David Mirkin, ex ingeniero con gran interés por las matemáticas. Fue productor ejecutivo de este episodio y de dos más en 1993 («La última tentación de Homer» y «Ciudadano Burns»), que contienen ambos referencias a *El mago de Oz*. <<

[18] Por si lo han olvidado, pueden buscar el teorema de Bart en un artículo titulado «Semigrupos periódicos fuertemente continuos», del profesor Harm Bart, publicado en *Annali di Matematica Pura ed Applicata*, 115, n.º 1 (1977), pp. 311-318. <<

[19] La fórmula contiene el símbolo!, que representa la operación «factorial». Esto se explica mejor con un ejemplo: $1! = 1$, $2! = 2 \times 1$, $3! = 3 \times 2 \times 1$, y así sucesivamente. <<

[20] Google está fascinado también por otro número. En 2011, su puja inicial en una subasta de un lote de patentes fue 1 902 160 540 dólares, que es mil millones multiplicado por la constante de Brun ($B2$). Este número es la suma de los inversos de todos los primos gemelos, es decir, primos que están separados solo por un número par. Por tanto,

$$B2 = (1/3 + 1/5) + (1/5 + 1/7) + (1/11 + 1/13) + \ldots = 1{,}902160540\ldots$$

<<

[21] La fórmula de Machin para calcular el valor de π se basaba en la siguiente observación: $^{1}/_{4}\,\pi = 4 \cot^{-1}(5) - \cot^{-1}(239)$. Aquí, cot representa la función cotangente. No se trata de una serie infinita, pero se puede expresar como una suma infinita de términos mediante el desarrollo de la serie de Taylor. <<

[22] Bayley ayudó a inventar el «algoritmo espita» para averiguar los dígitos de π. Una espita es un tipo de grifo, y un algoritmo espita genera respuestas igual que un grifo, es decir, que π se calcula gota a gota, dígito a dígito. El algoritmo espita puede generar cualquier dígito con una precisión total, de modo que podríamos creer que a Bailey le resultó fácil utilizar su algoritmo para obtener el dígito número cuarenta mil. Desgraciadamente, el algoritmo de Bailey solo funciona en base hexadecimal (base 16), y no decimal (base 10). <<

[23] La concesión del premio Nobel la presencia el padre resucitado de Frink, al que da voz el legendario actor cómico Jerry Lewis. Esto da como resultado un círculo de voces. Lewis basó su voz para el Frink senior en la voz de Hank Azaria para el Frink junior, que a su vez estaba basada en el personaje principal de *El profesor chiflado*, que interpretaba Lewis. <<

[24] Esta norma pertenece a una rama de las matemáticas que se conoce como aritmética modular. Igual que en el contexto de la criptografía, la aritmética modular también desempeña un papel fundamental en otras diversas áreas de la investigación matemática, incluyendo la prueba del último teorema de Fermat. <<

[25] El título del episodio es un guiño a *Two-Lane Blacktop* (en España *Carretera asfaltada en dos direcciones*), una película de culto de 1971 sobre carreras callejeras. <<

[26] Cubo de Fregar es un cubo para fregar robótico que ha aparecido en cuatro episodios. <<

[27] El emperador Nikolai es el robot soberano del Imperio Robohúngaro. <<

[28] El wronskiano se usa en el estudio de ecuaciones diferenciales, y recibe su nombre por el matemático del siglo XIX Józef Maria Hoene-Wroński. <<